

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

23 март 2019 г.

ТЕМА за 11 и 12 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Знамето на Кенгурландия е правоъгълник, разделен на три еднакви части, както е показано на чертежа. В какво отношение са дължините на страните на белия правоъгълник?



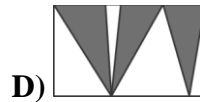
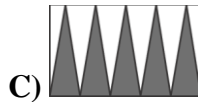
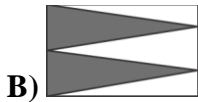
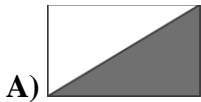
- A) 1:2 B) 2:3 C) 2:5 D) 3:7 E) 4:9

2. Числата 1, 2, 3 и 4 са записани в различни клетки на таблица 2×2 . След това са пресметнати сумите на числата по редове и стълбове. Две от тези суми са 4 и 5. Кои са другите две суми?

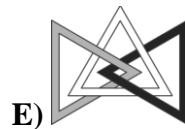
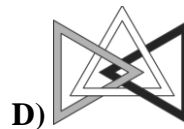
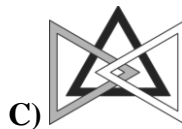
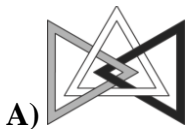


- A) 6 и 6 B) 3 и 5 C) 4 и 5 D) 4 и 6 E) 5 и 6

3. Част от вътрешността на правоъгълник е затъмнена по пет различни начина, както е показано. В кой от петте случая затъмнената част има най-голямо лице?



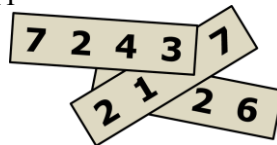
4. Три триъгълника са свързани, както е показано по-долу. В кой от отговорите триъгълниците са свързани по същия начин?



5. Двадесет и три от стените на пирамида са триъгълници. Колко ръба има тази пирамида?

- A) 23 B) 24 C) 46 D) 48 E) 69

6. Върху показаните три листчета са записани четирицифрени числа. Три от цифрите са закрити. Сумата на трите четирицифрени числа е 11 126. Кои са закритите цифри?

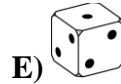
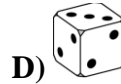
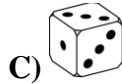
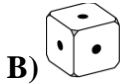


- A) 1, 4 и 7 B) 1, 5 и 7 C) 3, 3 и 3 D) 4, 5 и 6 E) 4, 5 и 7

7. Коя е първата цифра на най-малкото естествено число, сумата от цифрите на което е равна на 2019 ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. Върху всяка от стените на зар Z с точки е отбелязано някое от числата 1, 2 или 3 така, че при хвърляне на зара вероятността да се падне 1 е $\frac{1}{2}$, вероятността да се падне 2 е $\frac{1}{3}$ и вероятността да се падне 3 е $\frac{1}{6}$. Кой от следващите зарове със сигурност не може да е Z ?



9. Мишо предложил ново действие „ \diamond ” с реални числа, дефинирано с равенството $x \diamond y = y - x$. Ако числата a , b и c удовлетворява равенството $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$, кое от следващите равенства следва да бъде изпълнено със сигурност?

- A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$

10. Колко естествени числа от 2^{10} до 2^{13} включително се делят на 2^{10} ?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

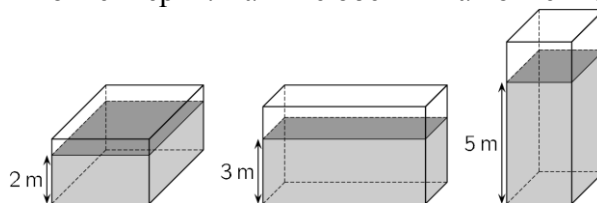
11. Коя е най-високата степен на 3, която дели числото $7! + 8! + 9!$?

- A) 3^2 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) степен на 3,
по-висока от 3^6

12. Тази година броят на момчетата в нашия клас се увеличи с 20% , а броят на момичетата се намали с 20% . Сега в нашия клас има един ученик повече отпреди. Кое от следващите числа може да е броят на учениците в нашия клас сега?

- A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34

13. Затворен контейнер с форма на правоъгълен паралелепипед е частично напълнен с $120 m^3$ вода. Дълбочината на водата в контейнера е $2 m$, $3 m$ или $5 m$ в зависимост от това върху коя своя стена лежи контейнерът. Какъв е обемът на контейнера?



- A) $160 m^3$ B) $180 m^3$ C) $200 m^3$ D) $220 m^3$ E) $240 m^3$

14. Три кенгурчета Алекс, Боб и Карл се разхождат всеки ден. Ако Алекс не носи шапка, тогава Боб носи шапка. Ако Боб не носи шапка, тогава Карл носи шапка. Днес Карл не носи шапка. Кой от твърденията е със сигурност вярно?

- A) Алекс и Боб носят шапки B) Алекс носи шапка C) и тримата носят шапки
D) нито Алекс, нито Боб носят шапки E) Боб носи шапка

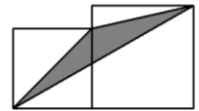
15. Естественото число n се нарича „добро”, ако неговият най-голям делител, различен от n , е равен на $n - 6$. Колко са „добрите” числа?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) безброй много

16. Кутия съдържа четири шоколадчета и една дъвка. Иван и Мария играят игра, при която изваждат по случаен начин без връщане шоколадче или дъвка. Който извади дъвката, печели. Ако Иван играе пръв, каква е вероятността Мария да спечели?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

17. Двама квадрата от чертежа са със страни a и b ($a < b$). Намерете лицето на затъмнения триъгълник.



- A) \sqrt{ab} B) $\frac{1}{2}a^2$ C) $\frac{1}{2}b^2$ D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

18. Да се намери цялата част на израза $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$.

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 20 E) 25

19. Да се пресметне стойността на израза $\frac{a+b}{c}$, където a , b и c са естествени числа, ако $a+b:c=11$ и $b+a:c=14$.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

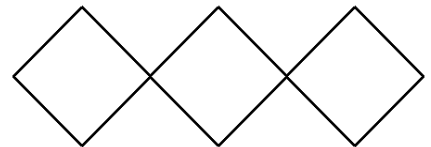
20. Нека a и b са съответно сумата и произведението на всички положителни делители на 1024. Тогава е изпълнено равенството:

- A) $(a-1)^5 = b$ B) $(a+1)^5 = b$ C) $a^5 = b$ D) $a^5 - 1 = b$ E) $a^5 + 1 = b$

21. Кое е множеството от стойностите на параметъра a , при които уравнението $2 - |x| = ax$ има две решения?

- A) $(-\infty; -1)$ B) $(-1; 1)$ C) $(1; +\infty)$ D) $\{0\}$ E) $\{-1, 1\}$

22. Във върховете на показаната мрежа е поставено по едно от естествените числа от 1 до 10 включително без да се повтарят. Сумата на числата във върховете на всеки от квадратите има една и съща стойност S . Каква е най-малката възможна стойност на S ?



- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

23. Колко равнини минават през поне три върха на даден куб?

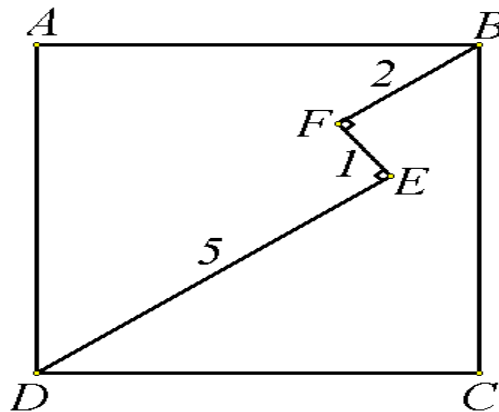
- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

24. Четири различни прави, минаващи през координатното начало, пресичат параболата $y = x^2 - 2$ в осем точки. На колко е равно произведението на абсцисите на тези осем точки?

- A) 16 B) -16 C) 8 D) -8 E) възможни са няколко произведения

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгуруто задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Начупената линия $DEFB$, за която $DE \perp EF$ и $EF \perp FB$, лежи в квадрата $ABCD$, както е показано на чертежа. Ако $DE = 5$, $EF = 1$ и $FB = 2$, да се намери дължината на страната на квадрата.



26. От множеството $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ по произволен начин са избрани три числа. Каква е вероятността едно от тези числа да е равно на средното аритметично на другите две?