



НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 16.12.2017 г.

ТЕМА ЗА VIII КЛАС

Задача 1. а) Подредете числата A , B и C по големина, като започнете от най-малкото:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}; \quad C = \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

б) Решете неравенството $\frac{x-a}{6} + \frac{3}{2}x^2 \geq \frac{(3x+2)^2}{6} - 2a$ при

$$a = \sqrt{(7-5\sqrt{3})^2} - \sqrt{(8-\sqrt{75})^2}$$

и проверете числото $m = \sqrt{\frac{49}{121}}$ дали е негово решение.

Задача 2. Даден е трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) с основи $AB = a$ и $CD = b$ ($a > b$). Точките M , N , P и Q са среди съответно на отсечките AB , CD , AC , и BD . Четириъгълникът $MQNP$ е квадрат с пресечна точка на диагоналите F .

а) Ако AC пресича BD в точка O , докажете, че $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$

б) Намерете ъглите на трапеца и лицето му.

Задача 3. Шестцифрено число наричаме „щастливо”, ако първите му три цифри са нечетни и различни, а вторите три – четни, при това цифрите 7 и 8 не са една до друга. Намерете броя на всички „щастливи” шестцифрени числа.

**Всяка задача се оценява със 7 точки.
Време за работа 4 часа.
Пожелаваме Ви успех!**