

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 16.12.2017 г.

16.12.2017 г.

ТЕМА ЗА IX КЛАС

**Задача 1.** Решете уравнението:

а)  $\frac{4-x}{x+1} - \frac{x-1}{1-2x} = \frac{x^2-23}{2x^2+x-1}$ ;

б)  $|7 - |x^2 + x|| = 5$

(7 точки)

**Задача 2.** Даден е  $\sphericalangle POQ = 120^\circ$ . Построена е ъглополовящата му  $l$ . Точка  $M$  е вътрешна за ъгъла ( $M \notin l$ ). От точка  $M$  са построени перпендикуляри към раменете на ъгъла и към ъглополовящата  $l$ . Петите на перпендикулярите са означени с  $A$ ,  $B$  и  $C$ , да се докаже, че триъгълник  $ABC$  е равностранен.

(7 точки)

**Задача 3.** Дадено е квадратното уравнение  $2x^2 + (m^2 + 2m - 4)x - 2m^2 - 4m = 0$ , където  $m$  е реален параметър.

а) Да се докаже, че квадратното уравнение има реални корени за всяка стойност на параметъра  $m$ ;

б) Да се намерят стойностите на параметъра  $m$ , за които е вярно равенството  $x_1^2 + x_2^2 = \frac{4m^3 + 21}{4}$ ,

където  $x_1$  и  $x_2$  са корените на даденото уравнение.

(7 точки)

*Време за работа – 4 астрономически часа.*

*За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 70% от общия брой точки.*

*Желаем ви успех!*