

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 16.12.2017 г.

VII КЛАС

Задача 1.

1.1. Извършете действията и приведете в нормален вид:

$$(-1-x)^2 - 2(2x+1)(1-2x) - \frac{1}{2}(4x+6)$$

1.2. Докажете тъждеството: $x(x+3)(x-3) - (x-2)(x^2+2x+4) + 1 = 9(1-x)$

1.3. Даден е израз: $\frac{|x+1|}{-2} - 2|-x-1| + \frac{1}{2}|1+x|$. Пресметнете числената му стойност за

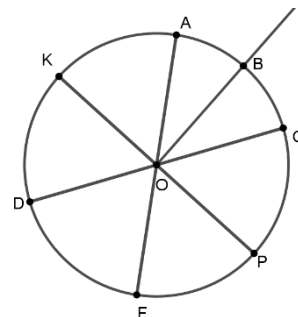
$$x = -\frac{1}{2}.$$

1.4. Разложете на неразложими множители изразите А и С, където:

$$A = x^2 + 2x + 1 - 9y^2 \text{ и } C = (ab+bc+ac)(a+b+c) - abc$$

(7 точки)

Задача 2. Точките А, С, Р, F, D и К лежат на една окръжност и са такива, че AF, DC и KP са диаметри, а точките D и K разделят полуокръжността с диаметър AF на три равни части. Лъчът OB^{\rightarrow} е ъглополовяща на $\sphericalangle AOC$. Попълнете таблицата като запишете в дясната колона на таблицата фигура, числов израз или отношение, които отговарят на условието вляво.



№	Условие	Фигура/числов израз/отношение
1.	Противоположният ъгъл на $\sphericalangle COP$ е:	
2.	Градусната мярка на $\sphericalangle DOF$ е:	
3.	Отношението на градусната мярка на $\sphericalangle DOA$ към градусната мярка на $\sphericalangle AOC$ е:	
4.	Градусната мярка на $\sphericalangle BOP$	
5.	Съседният ъгъл на $\sphericalangle BOA$ е:	

6.	Ако отсечката $KP=8$ cm, дължината на окръжността е:	
7.	Посочете поне един тъпоъгълен, равнобедрен триъгълник, върховете на който са точки от окръжността	

(7 точки)

Задача 3. Даден е $\triangle ABC$ ($AC > BC$). Ъглополовящите на вътрешния и външния ъгъл при върха C пресичат страната AB и нейното продължение съответно в точки D и E .

А) Да се докаже, че $\sphericalangle ADC = 90^\circ + \sphericalangle BEC$

Б) Ако P и Q са пресечните точки на ъглополовящата на $\sphericalangle BEC$ съответно с ъглополовящите на $\sphericalangle EDC$ и $\sphericalangle ADC$, да се намерят ъглите на $\triangle PQD$

(7 точки)

Време за работа – 4 астрономически часа.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 16 точки.

Желаем Ви успех!

math-101.com