

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 16.12.2017 г.

16.12.2017 г.

ТЕМА ЗА XI КЛАС

Задача 1. Общият член на числова редица е $a_n = 3n + b$. Пресметнете сумата на членовете на редицата с четни номера от a_{30} до a_{50} включително, ако b е равно на броят на числата, които трябва да напишем между 20 и 80 така, че да получим аритметична прогресия с първи член 20 и последен член 80, а частното на втория и предпоследния член на тази прогресия да е равно на $\frac{1}{3}$.

Задача 2. Точката M е средата на страната BC в успоредника $ABCD$, а $\sphericalangle MAB = \sphericalangle DBC = \varphi$.

а) Да се докаже, че $BA^2 = NB \cdot DB$, където N е пресечната точка на BD и AM ;

б) Да се пресметне отношението $\frac{AB}{BD}$;

в) Ако $\sphericalangle BCD = 60^\circ$, да се пресметне градусната мярка на φ .

Задача 3. Да се докаже, че ако дължините на страните на един триъгълник образуват геометрична прогресия, то частното на прогресията се намира в интервала $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}; \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$.

Време за работа – 4 астрономически часа.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 70% от общия брой точки.

Желаем ви успех!