

67. НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

Общински кръг – 15.12.2017 г.

VII клас

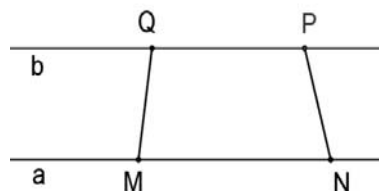
**Зад. 1.** Дадени са многочлените:  $A = 14x - 7x^2 - 7$ ,  $B = x^3 - x^2 + 3x - 3$ ,  
 $C = A + B$  и  $M = 12\left(\frac{4x+1}{4} - \frac{3x-2}{3} + \frac{x^3}{12}\right) - \frac{2(1-x)^2-4x^2}{2} + (2-x)^3$ .

а) Разложете на множители многочлените  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

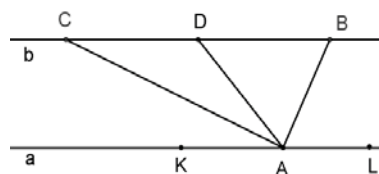
б) Приведете  $M$  в нормален вид и пресметнете числената му стойност, ако  $x$  е равно на степента на многочлена  $C$ .

**Зад. 2.** На дадените чертежи върху успоредните прави  $a$  и  $b$  са избрани:

а) точките  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$ , като  $\sphericalangle MNP$  е  $\frac{5}{7}$  от  $\sphericalangle NPQ$ ,  $\sphericalangle NMQ$  е с  $16^\circ$  по-малък от своя съседен ъгъл, а правата през точка  $P$ , перпендикулярна на  $b$ , пресича  $a$  в точка  $P_1$ . Намерете ъглите на четириъгълника  $MNPQ$  и  $\sphericalangle NPP_1$ .



б) точките  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $L$ ,  $K$  като  $AC$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle KAD$ ,  $AB$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle LAD$ ,  $AB < AC < BC$ . Обиколката на  $\triangle ABC$  е 12 см, а мерките на страните му в сантиметри са три последователни цели числа. Намерете лицето на  $\triangle ABC$  и разстоянието между правите  $a$  и  $b$ .



**Зад. 3.** В  $\triangle ABC$   $CL$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle ACB$ . Точка  $M$  от отсечка  $AC$  е такава, че  $LM$  е успоредна на  $BC$ . Ако  $\sphericalangle ALM : \sphericalangle MLC : \sphericalangle BLC = 4 : 3 : 5$  намерете ъглите на  $\triangle ABC$  и докажете, че  $LM$  е перпендикулярна на  $AC$ .

Всяка задача се оценява със 7 точки

Време за работа – 4 часа

Желаем Ви успех!