



НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 15.12.2017 г.

ТЕМА ЗА VII КЛАС

Задача 1 Дадени са многочлените: $A = 14x - 7x^2 - 7$, $B = x^3 - x^2 + 3x - 3$, $C = A + B$

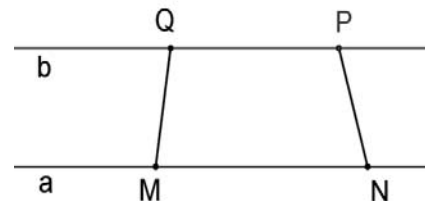
$$\text{и } M = 12 \left(\frac{4x+1}{4} - \frac{3x-2}{3} + \frac{x^3}{12} \right) - \frac{2(1-x)^2 - 4x^2}{2} + (2-x)^3.$$

а) Разложете на множители многочлените A , B и C . (4 точки)

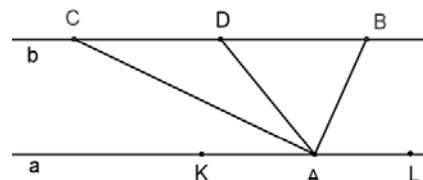
б) Приведете M в нормален вид и пресметнете числената му стойност, ако x е равно на степента на многочлена C . (3 точки)

Задача 2. На дадените чертежи върху успоредните прави a и b са избрани:

а) точките M , N , P и Q , като $\sphericalangle MNP$ е $\frac{5}{7}$ от $\sphericalangle NPQ$, $\sphericalangle NMQ$ е с 16° по-малък от своя съседен ъгъл, а правата през точка P перпендикулярна на b пресича a в точка P_1 . Намерете ъглите на четириъгълника $MNPQ$ и $\sphericalangle NPP_1$. (3 точки)



б) точките A , B , C , D , L , K като AC е ъглополовяща на $\sphericalangle KAD$, AB е ъглополовяща на $\sphericalangle LAD$, $AB < AC < BC$. Обиколката на триъгълника ABC е 12 см, а мерките на страните му в сантиметри са три последователни цели числа. Намерете лицето на триъгълника ABC и разстоянието между правите a и b .



(4 точки)

Задача 3 В $\triangle ABC$ точката D е вътрешна за отсечката AB , а точката K лежи на лъча AC така, че C е между A и K , като $\sphericalangle BCK = \sphericalangle DCA$.

А) Да се докаже, че $\sphericalangle ACB$ е тълп.

Б) През точка D е построена права, успоредна на BC и пресичаща AC в точка M . Да се докаже, че ако $2\sphericalangle CAB + 3\sphericalangle CBA = 180^\circ$, то BM е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$.

(7 точки)

Време за работа – 4 часа.

До областен кръг се допускат ученици с най-малко 16 точки.

Желаем Ви успех!