

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 16 декември 2017 година

ТЕМА ЗА IX КЛАС

Задача 1. Решете уравненията:

а) $\frac{4-x}{x+1} - \frac{x-1}{1-2x} = \frac{x^2-23}{2x^2+x-1}$;

б) $|7 - |x^2 + x|| = 5$.

Задача 2. Даден е $\sphericalangle POQ = 120^\circ$ и т. M вътрешна за ъгъла. От точката M са спуснати перпендикуляри към раменете на ъгъла и неговата ъглополовяща, които ги пресичат съответно в точките A , B и C . Да се докаже, че триъгълник ABC е равностранен.

Задача 3. Дадено е квадратното уравнение $x^2 - (m^2 + 2m - 2)x - 2m^2 - 4m = 0$, където m е реален параметър.

а) Да се докаже, че квадратното уравнение има реални корени за всяка стойност на параметъра m .

б) Да се определят стойностите на параметъра m , за които е вярно равенството

$$x_1^2 + x_2^2 = 4m^3 + 9.$$

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!