ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА– 16.12.2017 г.

Кратки решения и примерни критерии за оценяване - XI клас

Задача 1.

А)

÷ $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$

÷÷ $a_2 \quad a_1 \quad a_4$

От геометричната прогресия: $a_2 = a$; $a_1 = aq$; $a_4 = aq^2$

От аритметичната прогресия:

$$2a_2 = a_1 + a_3$$

1 точка

$$2a_2 = a_1 + \frac{a_2 + a_4}{2}$$

1 точки

$$4a_2 = 2a_1 + a_2 + a_4$$
$$3a_2 = 2a_1 + a_4$$
$$3a = 2aq + aq^2$$
$$q^2 + 2q - 3 = 0$$
$$q = -3$$

3 точки

Б)

Съставяне израз за S_4 /чрез формула или директно събиране/ и намиране:

$$a_1 = -6$$

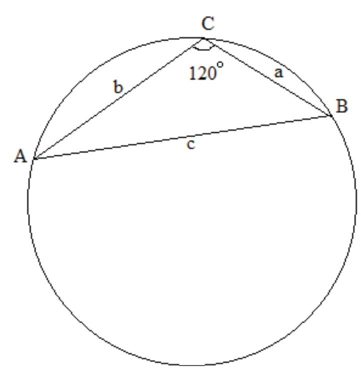
$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 10$$

$$a_4 = 18$$

2 точки

Задача 2 .



$$\frac{c}{sin120°} = 2R$$

$$c = 2\frac{5\sqrt{3}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 5$$

1 точка

$$\left| \begin{array}{l} 25 = a^2 + b^2 - 2abcos120° \\ \dfrac{absin120°}{2} = \dfrac{16\sqrt{3}}{9} \end{array} \right.$$

Съставяне и решаване на система /може да се различава от дадената/

и намиране на:

$a + b = \frac{17}{3}$ следователно $a + b + c = \frac{17}{3} + 5$ **5 точки**

$S = p.r$

$\frac{16\sqrt{3}}{9} = \frac{32}{6}.r$

$r = \frac{\sqrt{3}}{3}$ **1 точка**

Задача 3.

Решение:

$2^{2x^2-2x-3} - 2^{x^2-x-2} = 1$

$2^{2(x^2-x)-3} - 2^{x^2-x-2} = 1,$

$\frac{2^{2(x^2-x)}}{2^3} - \frac{2^{x^2-x}}{2^2} = 1$ Полагаме $2^{x^2-x} = y$

$\frac{y^2}{8} - \frac{y}{4} = 1$

За получаване на уравнението

$y^2 - 2y - 8 = 0$ **1 точка**

$D = 36$, $y_1 = 4$, $y_2 = -2$

$2^{x^2-x} = 4$ $\quad$ $2^{x^2-x} = -2$

$2^{x^2-x} = 2^2$ $\quad$ няма решение

$x^2 - x = 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$D = 9,$

За намерени $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ и направен извод, че $a_1 = 2$ **1 точка**

$x^2 + 1 + x \leq \frac{156}{x^2+x}$

$x^2 + 1 + x - \frac{156}{x^2+x} \leq 0$ Полагаме $x^2 + x = y$ **0,5т.**

$y + 1 - \frac{156}{y} \leq 0$

$\frac{y^2+y-156}{y} \leq 0$ **Д.С. $y \neq 0$**

$\frac{(y-12)(y+13)}{y} \leq 0$ **1 точка**

$\frac{(x^2+x-12)(x^2+x+13)}{x^2+x} \leq 0$

За определяне на решенията за $x \in [-4; -1) \cup (0; 3]$ и НМЦЧ = -4 **1 точка**

÷ 2; 2+d; 2 + 2d

∺ 2; 2 + d – 4 ; 2 + 2d

За прилагане свойство на геометричната прогресия **0,5т.**

$(d-2)^2 = 2 \cdot (2+2d)$

$d^2 - 4d + 4 = 4 + 4d$

$d^2 - 8d = 0$

$d(d-8) = 0$

Намиране $d = 0$ $d = 8$ направен извод, че $d = 0$ не е решение **1точка**

Намиране $a_1 = 2, a_2 = 10, a_3 = 18$ **1точка**

<u>*Забележка*</u>*: Всяко друго **вярно** и **пълно** описание на решението на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.*

За областен кръг се класират ученици, получили не по-малко от 70% от максималния брой точки.