

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 16 декември 2017 година

ТЕМА ЗА XI КЛАС

Задача 1. Вторият, първият и четвъртият членове на аритметична прогресия, взети в този ред, образуват геометрична прогресия.

а) Намерете частното ($q \neq 1$) на геометричната прогресия.

б) Ако за аритметичната прогресия знаем, че $S_4 = 24$, намерете първите ѝ четири члена.

Задача 2. Даден е $\triangle ABC$ с $\angle ACB = 120^\circ$, радиус на описаната окръжност $R = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ и лице $S = \frac{16\sqrt{3}}{9}$. Намерете радиуса на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност.

Задача 3. Три различни числа a_1, a_2, a_3 , първото от които е по-големият корен на уравнението $2^{2x^2-2x-3} - 2^{x^2-x-2} = 1$, образуват аритметична прогресия. Ако към второто число прибавим най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $x^2 + 1 + x \leq \frac{156}{x^2 + x}$, ще се получат 3 числа, които образуват геометрична прогресия. Намерете първоначалните числа.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!