

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 16 декември 2017 година

ТЕМА ЗА X КЛАС

Задача 1. Дадено е уравнението $x^2 - (a+1)x + a^2 - a - 2 = 0$, където a е параметър.

- а) При кои стойности на параметъра a уравнението има реални корени?
б) Ако x_1 и x_2 са реалните корени на уравнението, да се намерят най-голямата и най-малката стойност на израза $M = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 3x_2 + 4$.

Задача 2. В трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$) ъглополовящата на $\sphericalangle ABC$ е перпендикулярна на бедрото AD и го пресича във вътрешна точка M , като $AM = 3DM$.

а) Да се намери отношението на лицата на триъгълника ABM и четириъгълника $BCDM$.

б) Нека $AM = 6\text{ cm}$, $BM = 8\text{ cm}$, $MH \perp AB$ ($H \in AB$) и точка E е среда на отсечката MH . Ако правите AE и BM се пресичат в точка N , да се намери дължината на отсечката MN .

Задача 3. Дадена е функцията $f(x) = (a+1)x^2 - 4ax + 5a - 3$.

а) При $a = 0$ да се реши неравенството $\frac{f(x)}{x^2 + x\sqrt{3}} \geq 0$.

б) При кои стойности на параметъра a всички решения на неравенството $f(x) > 0$ са положителни числа?

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!