

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 13.12.2014г.
12 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Организаторите Ви пожелават успех !

Име.....училище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само, ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. Стойността на израза $32^{\frac{3}{5}} - \sqrt[3]{125}$ е:
а) 6; б) 5; в) 3 г) друг отговор.
2. Стойността на израза $\sqrt{\frac{a^2+4}{4}} - 1$ при $a < 0$ е:
а) a ; б) $\frac{a}{2}$ в) $-\frac{a}{2}$ г) друг отговор.
3. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $3x^2+x-7=0$, то стойността на израза $\frac{21}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2}$ е:
а) -9; б) 27 в) 21 г) друг отговор.
4. Решенията на уравнението $|4x-3|=3-4x$ са:
а) $x \in \left(-\infty, \frac{3}{4}\right]$; б) $x = \frac{3}{4}$; в) $x \in \left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$; г) друг отговор.
5. Ако двойката (x, y) е решение на системата $\begin{cases} x + y - xy = 8 \\ x^2 + xy + y^2 = 8 \end{cases}$ и $x \neq -y$ то $x + y$ е равно на:
а) -1; б) 1; в) 16; г) друг отговор.
6. Ако петият член на една аритметична прогресия е равен на 8, то сумата на първите девет члена на прогресията е равен на:
а) 36; б) 48; в) 68; г) друг отговор.
7. Ако при $x=2$ е вярно, че $\log_a \frac{x^2-8}{1-x} < 0$, то:
а) $a=4$ б) $a \in (1,4)$ в) $a \in (0,1)$ г) друг отговор
8. Ако $a = \cos 75^\circ$, то $\sin 285^\circ$ е:
а) a ; б) $-\sqrt{1-a^2}$; в) $2a$; г) друг отговор
9. В мебелен магазин се предлагат 4 вида бюра и 3 вида офис столове. Броят на различните комплекти бюро - стол, които могат да се комплектуют е:
а) 20; б) 18; в) 12; г) друг отговор
10. Средната аритметична стойност на пет броя данни е 30. Числото което трябва да се пробави към данните така, че средната стойност да стане 35 е:
а) 50; б) 55; в) 65; г) друг отговор
11. Решенията на уравнението $2x+1 = \sqrt{1+x-x^2}$ са:
а) $x=3$ б) $x=-2$ в) $x=0$ г) друг отговор
12. Числата a_1, a_2, a_3, \dots образуват геометрична прогресия, при която $a_4=128$ и $a_7=16$. Първият член на аритметичната прогресия е:
а) 32 б) -48 в) 128 г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише.

Задачите се оценяват с по 3 точки.

13. Върху окръжност са избрани шест различни точки. Да се намери броят на различните хорди през тези точки.

Отговор

14. В трапец $ABCD$ ($AB > CD$) точката O е центъра на вписаната окръжност. Височината CM ($M \in AB$) пресича отсечката BO в точка P . Ако $MP:PC=3:4$, да се намери $\sin \angle CBA$.

Отговор

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението.

Задачите се оценяват с по 10 точки.

15. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $4^x - 2^{x+1} + a = 0$ и $x_2 = x_1 + 1$, пресметнете стойността на a и стойността на израза $8^{x_1} + 8^{x_2}$.

16. Основата AB на равнобедрения триъгълник ABC е диаметър на окръжност k , която пресича бедрата AC и BC съответно в точки M и N . Ако $CM:AM=2$, да се намери $\operatorname{tg} \angle BAC$.

17. Даден е ромбът $ABCD$ с остър ъгъл при върха A . От A са построени перпендикуляри AP и AQ към правите BC и CD ($P \in BC$, $Q \in CD$), като $AP=AQ=3$ и $PQ=3\sqrt{3}$. Да се намери разстоянието между центровете на описаните около триъгълниците ABC и ABD окръжности.

math-bg.com