



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА  
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО  
СОФИЯ - РЕГИОН

64<sup>-та</sup> НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 14.12.2014г. – XII клас

**Задача 1.** Основата на наклонена призма  $ABCA_1B_1C_1$  е равностранния  $\Delta ABC$  със страна  $a$ . Върхът  $B_1$  е равноотдалечен от върховете  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а лицето на околната стена  $ACC_1A_1$  е  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ . Да се намерят ъгълът, който сключват околният ръб  $BB_1$  и основният ръб  $AC$ ,

околната повърхнина и обемът на призмата.

7 точки

**Задача 2.** Даден е триъгълник  $ABC$  със страна  $AC = 1$ . Вписаната в  $\Delta ABC$  окръжност  $k$  се допира до страните  $AC$  и  $BC$  съответно в точките  $N$  и  $L$ . Точката  $M$  е среда на страната  $BC$ ,  $AM \parallel NL$ ,  $AM$  пресича окръжността съответно в точките  $P$  и  $Q$ , като т.  $P$  е между т.  $A$  и т.  $Q$

а) Да се намери дължината на страната  $BC$  и да се докаже, че  $AP = MQ$ . 3 точки

б) Да се намери дължината на страната  $AB$ , при която дължината на отсечката  $PQ$  е най-голяма. 4 точки

**Задача 3.** Да се намери най-голямата стойност измежду стойностите, които функцията  $f(x) = -x^2 + 10x - 27$  приема, когато аргументът  $x$  принадлежи на:

а) множеството на реалните числа;

б) множеството от решенията на неравенството  $\log_{0,7} \log_2 \frac{x^2 - 3x - 16}{x + 4} \leq 0$ . 7 точки

*Време за работа – 4 часа.*

*До областен кръг се допускат ученици с най-малко 16 точки.*

*Желаем Ви успех!*