

LXIV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ  
20.12.2014 г.

VII клас

**Задача 1.**

а) Да се представи в нормален вид многочленът

$$M = (a - b^3)^2 - (b^3 + a)(a - b^3) - \left(b^3 - \frac{1}{2}\right)\left(b^3 + \frac{1}{2}\right) + 2ab(1 + b^2).$$

б) Да се намери числената стойност на  $M$ , ако:

$$a = \left(\frac{9^3 + 1}{10} - 9\right) : (9^2 - 1) \quad \text{и} \quad b = \frac{77^2 - 2 \cdot 77 \cdot 67 + 67^2}{4^3 - 27 \cdot 16 + 12 \cdot 81 - 9^3}.$$

7 точки

**Задача 2.**

Страната  $AB$  на  $\triangle ABC$  лежи върху правата  $a$ , а върхът  $C$  лежи на правата  $b \parallel a$ . От върха  $B$  на  $\triangle ABC$  е построен перпендикуляр към  $AC$ , който пресича  $AC$  в т.  $H$  и правата  $b$  в т.  $D$ . Външният ъгъл при върха  $A$  на  $\triangle ABC$  е  $130^\circ$  и  $\angle ABC : \angle ACB = 6 : 7$ .

а) Да се намерят ъглите на  $\triangle ABH$ ,  $\triangle CBH$  и  $\angle BDP$ , ако точка  $P \in CD$  и точка  $D$  е между точките  $P$  и  $C$ .

б) Ако т.  $R$  е пресечна точка на ъглополовящите на  $\angle BAN$  и  $\angle ABH$ , намерете мярката на  $\angle ARB$ .

7 точки

**Задача 3.**

Дадени са многочлените  $A = x^4 - 1$ ,  $B = x^3 + 1 + x + x^2$  и  $C = x^3 - x^2 - 1 + x$ .

а) Да се разложат  $A$ ,  $B$  и  $C$  на прости множители.

б) Да се намери стойността на  $x$ , за която многочленът  $M = 4A + 5B + C$  има стойност 0.

7 точки

До областен кръг ще бъдат допуснати ученици,  
които са получили най-малко 16 точки.

Време за работа – 4 часа.

**Желаем Ви успех!**