

LXIV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ  
20.12.2014 г.

XII клас

**Задача 1.**

Членовете  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  на аритметичната прогресия са различни и удовлетворяват уравнението  $S_3^2 - 2a_7 = S_{13}$ . Първият, четвъртият и тринадесетият член на редицата, взети в този ред, образуват геометрична прогресия.

- Намерете членовете на геометричната прогресия;
- Да се намери броят на членовете на аритметичната прогресия, ако  $S_n = 255$ .

7 точки

**Задача 2.**

Ако  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  са ъгли в триъгълник и е в сила зависимостта  $\sin \alpha = \cos \beta + \cos \gamma$ :

- Да се докаже, че триъгълникът е правоъгълен;
- Ако  $\gamma$  е най-големият ъгъл и дължините на радиусите на вписаната и описаната окръжности са съответно равни на 2 cm и 5 cm, намерете лицето на триъгълника.

7 точки

**Задача 3.**

Ръбовете на паралелепипед, които имат общ връх са  $a, b$  и  $c$ . Ъгълът между  $a$  и  $b$  е  $\beta$ , а околният ръб  $c$  сключва с всеки от ръбовете  $a$  и  $b$  остър ъгъл  $\alpha$  ( $\alpha > \frac{\beta}{2}$ ). Намерете обема на паралелепипеда.

7 точки

*За участие в областния кръг се предлагат ученици,  
които са получили не по-малко от 70 % от максималния брой точки.*

*Време за работа – 4 часа.*

***Желаем Ви успех!***