

LXIV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
20.12.2014 г.

XI клас

Задача 1.

Дадена е намаляваща аритметична прогресия. Ако към първия ѝ член се прибави 8, а вторият и третият не се променят, то получените 3 числа са последователни членове на геометрична прогресия и имат сбор 26. Да се намерят първият член и разликата на аритметичната прогресия.

7 точки

Задача 2.

Петата H на височината от върха C в $\triangle ABC$ дели страната AB вътрешно в отношение $AH : BH = 2 : 1$. Правата, минаваща през центъра на описаната около $\triangle ABC$ окръжност и през медицентъра на $\triangle BCH$, е успоредна на AB .

а) Да се намерят косинусите на ъглите на $\triangle ABC$.

б) Точка M е среда на отсечката AB и дължините на отсечките AB , CM и BH са съответно първи, втори и n -ти член на една аритметична прогресия. Да се намери n .

7 точки

Задача 3.

а) Дадена е аритметична прогресия с първи член $a_1 = 12$ и разлика $d = -4$. За кои стойности на n уравнението $\frac{2014 \cdot 3^x}{1 + 106 \cdot 3^x} = S_n$, където S_n е сумата от първите n члена на аритметичната прогресия, има решение?

б) Да се намерят всички стойности на реалния параметър k , за които уравнението $25^{-x} - (k^2 + 5k - 6)5^{-x} + 5k^3 - 6k^2 = 0$ има единствено решение.

7 точки

*За участие в областния кръг се предлагат ученици,
които са получили не по-малко от 70 % от максималния брой точки.*

Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!