РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
Министерство на образованието и науката
Регионален инспекторат по образованието - Пловдив

4000 Пловдив, ул."Цариброд" № 1, тел.: 032/631-843, 032/628-980, факс: 032/631-847,www.riobg.com, e-mail: rioplovdiv@gmail.com

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА - ПЛОВДИВ, 14.12.2014 г.

IX клас

Задача 1. Да се намерят стойностите на реалния параметър a, за които уравнението

$x^2 + ax + a - 1 = 0$ има реални корени и е изпълнено условието:

а) $x_1^2 + x_2^2 = 2.x_1^2.x_2^2 - 8$;

б) изразът $A = (2.x_2 - x_1).(x_2 - 2x_1) + x_1x_2 + 2$ приема най-малка стойност.

(7 точки)

Задача 2. Около ΔABC е описана окръжност с център точка O така, че страната AB да е диаметър на окръжността и $AC > BC$. Симетралата на AC сключва с AB ъгъл от 60^0 и пресича дъгата AC (несъдържаща точката B) в точка E. Допирателните към окръжността, построени в точките A и B, пресичат допирателната построена в точка E съответно в точките N и M така, че $ON = a$ и $OM = b$.

а) Да се определят ъглите на четириъгълника $ABMN$ и да се докаже, че $\Delta ACB \cong \Delta MBO$.

б) Да се намери лицето на четириъгълника $ABMN$.

(7 точки)

Задача 3. а) Да се опрости изразът:

$$B = \left(\frac{1}{a^2+1} - \frac{3}{a^6+1} + \frac{3}{a^4-a^2+1}\right)\left(a^2 - \frac{2a^2-1}{a^2+1}\right);$$

б) Да се реши уравнението $\frac{|2x+B|-1}{|B-x|-2} = 2$, ако B е стойността на израза от условие а).

(7 точки)

Време за работа - 4 часа

Желаем Ви успех!