



ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА - ПЛОВДИВ, 14.12.2014 г.

XI клас

Задача 1. а) Пресметнете стойностите на изразите $a = \left(27^{\frac{1}{3} - \log_8 16} + 49^{\log_7 2} \right) \cdot \frac{\log_{\sqrt{2}} 16}{35}$

и $b = \frac{2 \sin 2\alpha + 3 \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$, ако $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

б) За намерените стойности на a и b , решете уравнението $\sqrt{x^2 + a} - \sqrt{x^2 + b} = 1$.

(7 точки)

Задача 2. Дадена е монотонно растяща геометрична прогресия от три члена, за която разликата между третия и втория член е равна на квадрата на разликата между първия и втория, а сборът на трите члена е 14. Намерете членовете и частното на прогресията.

(7 точки)

Задача 3. Даден е четириъгълникът $ABCD$, който е вписан в окръжност. Знаем още, че

$$\sphericalangle ABC : \sphericalangle ACB : \sphericalangle DCA = 3 : 2 : 1.$$

а) Ако $\sphericalangle DCA = 15^\circ$ и $DA = 6$ cm, то намерете дължините на диагоналите на $ABCD$ и определете вида му.

б) Ако $DC^2 + DA^2 = DB^2$, то намерете големините на ъглите на $ABCD$ и определете вида му.

(7 точки)

Време за работа - 4 часа.

Желаем Ви успех!