

64^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 14.12.2014г.

IX клас

Задача 1. А) да се реши уравнението: $x^2 + x + 1 = \frac{156}{x^2 + x}$ **(3 точки)**

Б) да се докаже, че за всяка стойност на променливата, при която изразът

$A = \left(\frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2x}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} \right)^2 \cdot \frac{(x-3)^2 + 12x}{2}$ има смисъл, неговата стойност не

зависи от x

(4 точки)

Задача 2. Да се намерят стойностите на параметъра m , за които корените x_1 и x_2 на

уравнението $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m = 0$ изпълняват условието $3x_1 - 2x_2 + 4m = 19$ **(7 точки)**

Задача 3. Бедрата AD и BC на правоъгълния трапец $ABCD$ (ъгъл $\angle BAD = 90^\circ$) са пресечени с правата MP ($M \in BC, P \in AD$), успоредна на основите му, така, че в получените четириъгълници $ABMP$ и $PMCD$ могат да се впишат окръжности съответно с центрове O_1 и O_2 .

А) да се докаже, че $AB + CD = BC$

(3 точки)

Б) Да се определят ъглите на триъгълник O_1O_2M

(4 точки)