

64^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 14.12.2014г.

XII клас

Зад. 1. Дадена е функцията $f(x) = x^2 + (m+1)x + 3m - 4$, където m е реален параметър.

А) За кои m уравнението $f(x) = 0$ няма реални корени?

Б) За кои m уравнението $f(x) = 0$ има два реални корена с различни знаци?

В) Нека x_1 и x_2 са корени на уравнението $f(x) = 0$. За кое m се достига най-малката стойност на израза $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$?

7 точки

Зад. 2. Да се решат:

А) уравнението $\sqrt{16 - x^2} (4 - 2 \cos^2 x - 5 \sin x) = 0$

Б) неравенството $\frac{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}}{2x + 1} \leq \frac{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}}{x - 2}$

7 точки

Зад. 3. Дадена е пирамида ABCDM с основа правоъгълника ABCD, като дължините на всички околни ръбове са равни. Дължините на основните ръбове са $AB = 4 \text{ cm}$ и $BC = 3 \text{ cm}$, а ъгълът между два околни ръба, нележащи в една стена е 2α . Да се намери обема на пирамидата и разстоянието от точка A до равнината (BDM).

7 точки