

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 14 декември 2014 год.

ТЕМА ЗА VII КЛАС

Задача 1. Да се намери числената стойност на израза $C = A + B$, ако:

$$A = (a+x)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - 3a\left(\frac{a}{4} - 1\right) \quad \text{за } a = 2014 \text{ и } x = -2^4 \cdot 8^2 \cdot 4^{-5}$$

$$B = \frac{b^2c^2 - 4bc - 25b^2 - 20b}{(bc - 5b - 4)(c + 5)} + c \quad \text{за } b = 0,73 \text{ и } c = 0,27.$$

(7 точки)

Задача 2. Даден е $\triangle ABC$ ($AC > BC$). Ъглополовящите на вътрешния и външния ъгъл при върха C пресичат правата AB съответно в точките D и E .

А) Да се докаже, че $\angle ADC = 90^\circ + \angle BEC$.

Б) Ако P и Q са пресечните точки на ъглополовящата на $\angle BEC$ съответно с ъглополовящите на $\angle EDC$ и $\angle ADC$, да се намерят ъглите на $\triangle PQD$.

(7 точки)

Задача 3.

А) Докажете, че ако $a + b = 2$, то $a(a^2 + 2b + 1) + b(b^2 + 2a + 1) + ab(3a + 3b - 4) = 10$.

Б) Намерете най-малката стойност на многочлена

$P = x^2 + y^2 + 4z^2 - 4x + 2y - 4z + 5$. При кои стойности на x , y и z се достига тази стойност?

(7 точки)

Време за работа: 4 астрономически часа

Желаем Ви успех!