

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 14 декември 2014 год.

ТЕМА ЗА XII КЛАС

Задача 1. Дадена е функцията $f(x) = x^2 + (m+1)x + 3m - 4$, където m е реален параметър.

А) За кои стойности на m уравнението $f(x) = 0$ няма реални корени?

Б) За кои стойности m уравнението $f(x) = 0$ има два реални корена с различни знаци?

В) Нека x_1 и x_2 са корени на уравнението $f(x) = 0$. За коя стойност на m се достига най-малката стойност на израза $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$?

(7 точки)

Задача 2. Дадена е пирамида $ABCDM$ с основа правоъгълника $ABCD$, като дължините на всички околни ръбове са равни. Дължините на основните ръбове са $AB = 4$ cm и $BC = 3$ cm, а ъгълът между два околни ръба, нележащи в една стена е 2α . Да се намери обема на пирамидата и разстоянието от точка A до равнината (BDM) .

(7 точки)

Задача 3. Да се решат:

А) уравнението $\sqrt{16-x^2}(4-2\cos^2 x - 5\sin x) = 0$

Б) неравенството $\frac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{2x+1} \leq \frac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{x-2}$

(7 точки)

Време за работа : 4 астрономически часа

За областен кръг се класират ученици, получили не по-малко от 70% от максималния брой точки.

Желаем Ви успех!