

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 14 декември 2014 год.

ТЕМА ЗА X КЛАС

Задача 1. Решете неравенството $\frac{(x^2 - 5x + 6)^{2014} (x^2 + 3x + 8)^{2015}}{x^2 + x - 6} \leq 0$ и проверете дали

числото $a = (11\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2}) \left(2\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \right)$ е негово решение.

(7 точки)

Задача 2. Ъглополовящите AL и CD на равнобедрения триъгълник ABC ($AC = BC$) се пресичат в точка O , която дели CD в отношение 4:3, считано от върха C . Дължината на отсечката BL е 12 cm.

а) Да се намери лицето на триъгълник ABC ;

(3 точки)

б) Да се намери отношението на дължините на радиуса на описаната и радиуса на вътрешно вписаната в триъгълника ABC окръжности.

(4 точки)

Задача 3. Дадена е функцията $f(x) = \frac{(x^2 - x - 2)\sqrt{1 - 6x + 9x^2}}{3x - 1}$. Да се намерят:

а) най-малката стойност на $f(x)$ в интервала $[-3; -1]$;

(3 точки)

б) стойностите на реалния параметър a , за които уравнението $f(x) = a$ има единствен реален корен.

(4 точки)

Време за работа : 4 астрономически часа

За областен кръг се класират ученици, получили не по-малко от 70% от максималния брой точки.

Желаем Ви успех!