



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
Министерство на образованието и науката
Регионален инспекторат по образованието – Шумен

63^{ТА} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 20.12.2013 г.

ТЕМА ЗА X КЛАС

Задача 10.1. Дадена е функцията $f(x) = ax^2 + bx - 10$, където $a \neq 0$.

А) Намерете стойностите на a и b , при които графиката на функцията $f(x)$ минава през т. $A(-1; 0)$ и т. $B(1; 6)$. При намерените стойности на a и b намерете лицето на $\triangle MNP$, където M , N и P са пресечените точки на така получената функция с координатните оси.

Б) При $a = \frac{1}{4}$ и $b = -2$ пресметнете разликата от най-голямата стойност и най-малката стойност на $f(x)$ за $x \in [-2; 5]$.

7 точки

Задача 10.2. А) Решете системата:

$$\begin{cases} \frac{2-x}{x+1} + \frac{7x-x^3}{1-x^2} \leq -\frac{x+2}{x-1} \\ \frac{x^2+2}{x^2+x+1} \geq 3 \end{cases}$$

Б) За кои стойности на параметъра p корените на уравнението $(p+2)x^2 + 2p^2x - p + 1 = 0$ имат различни знаци, като отрицателният корен има по-голям модул от положителния.

7 точки

Задача 10.3. Окръжност с радиус R минава през върха C на равнобедрен $\triangle ABC$, през средата на бедрото BC и се допира до основата AB в точка A . Да се намери бедрото на $\triangle ABC$.

7 точки

Време за работа – 4 часа.

До областен кръг се допускат ученици с 16 или повече точки.

ЖЕЛАЕМ ВИ УСПЕХ!