

ТЕСТ: 1в; 2б; 3б; 4в; 5а; 6а; 7в; 8а; 9в; 10б; 11а; 12г 4

СВОБОДЕН ОТГОВОР: 13. $(-1, -2)$ и $(2, 1)$ 14. 3см

Решения:

15. Вероятността построения триъгълник да е равностранен е

$$P(A) = \frac{\text{Брой на равностранни триъгълници}}{\text{Брой на всички триъгълници}}$$

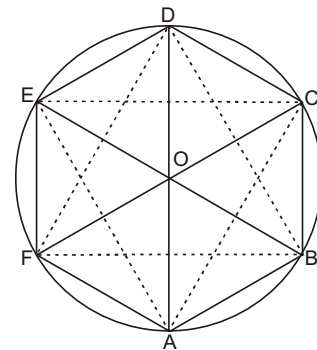
Броят на равностранните триъгълници, образувани от точките $A, B, C, D,$

E, F и O е $C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$. От тях изваждаме трите диагонала AD, BE и

FC и общият брой триъгълници е $35 - 3 = 32$. Диагоналите AD, BE и FC разделят на шест равностранни триъгълници. Има още два: ACE и BDF .

Следователно броят на равностранните триъгълници е 8. Тогава

$$P(A) = \frac{8}{32} = 0,25$$



16. Означаваме с r радиуса на полукръга и изразяваме лицето на триъгълника по два начина:

$$S = \frac{a \cdot r}{2} + \frac{b \cdot r}{2} = \frac{13 \cdot r}{2} + \frac{15 \cdot r}{2} = 14 \cdot r \quad S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 84 \Rightarrow r = 6$$

17. Преобразуваме дадената система и получаваме

$$\begin{cases} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x + xy + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x(1 + y) = (1 - y)(1 + y) \end{cases}$$

1. Ако $1 + y = 0, y = -1$ от първото уравнение получаваме $x^2 + x + 1 = 0$, откъдето $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$

2. Ако $1 + y \neq 0$, получаваме системата: $\begin{cases} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x = 1 - y \end{cases}$, откъдето $x_3 = \frac{7 - \sqrt{21}}{14}, y_3 = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}$ и

$$x_4 = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}, y_4 = \frac{7 - \sqrt{21}}{14}$$