Единадесети клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9
б	г 3	а	б	в	б	в	г 27	б

Задача 10. Решение:

а) записване на условията $\begin{cases} b_1q^2 - b_1 = 15 \\ b_1q^3 - b_1q = 60 \end{cases}$ ***1 точка***

намиране $b_1 = 1$ ***3 точки***

формиране на уравнението $x^4 - 4x^2 = 0$ ***1 точка***

получаване на корените $x_{1,2} = \pm 2$ ***2 точки***

получаване на корените $x_3 = x_4 = 0$ ***1 точка***

б) полагане $t = x^2 \geq 0$ и получаване на уравнението

$t^2 - 2(a^2+1)t + (a^2-1)^2 = 0$ ***1 точка***

I начин

Пресмятане $D = 4a^2$ или $D = 16a^2$ ***2 точки***

Намиране на $t_{1,2} = (a \pm 1)^2 \geq 0$ ***1 точка***

Получаване $x_{1,2} = \pm(a+1)$ ***1 точка***

Получаване $x_{3,4} = \pm(a-1)$ ***1 точка***

Извод: $a \neq 0, \pm 1$ четири различни ***1 точка***

II начин

За да има 4 различни реални корена биквадратното уравнение, квадратното за t трябва да има два различни положителни корена

2 точки

От формулите на Виет $\begin{cases} t_1 + t_2 > 0 \\ t_1t_2 > 0 \\ D > 0 \end{cases}$ ***1 точка***

Тогава $\begin{cases} 2(a^2+1) > 0 \\ (a^2-1)^2 > 0 \\ a^2 > 0 \end{cases}$ ***2 точки***

Решения на системата са $\forall\, a \neq 0, \pm 1$ ***1 точка***