РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ВАРНА

63-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 15.12.2013 г.

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

X клас

Зад.1 На чертежа е дадена графиката на функцията $y = ax^2 + bx + c$. Намерете:

а) стойностите на реалните параметри a, b, c; **4т.**

$$\begin{vmatrix} f(1) = 0 \\ f(3) = 0 \\ f(2) = -2 \end{vmatrix} \qquad \begin{matrix} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 6 \end{matrix}$$

б) най-голямата и най-малка стойност на функцията за $x \in \left[0; 3\frac{1}{2}\right]$ **3т.**

$f(0) = 6$

$f\left(3\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$ по 1т. за всяко изследване

$f(2) = -2$

Зад.2 а) Намереге за кои стойности на реалния параметър a уравнението

$(a-3)x^4 - 2(3a-4)x^2 + 7a - 6 = 0$ има два реални корена.

(1) $a = 3 \quad x \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ **1т.**

(2) $(a-3)u^2 - 2(3a-4)u + 7a - 6 = 0$ и $D \geq 0$

1) D = 0 при $a = -2$ и $a = \frac{1}{2}$ **1т.**

2) D >0 и $\frac{7a-6}{a=3} < 0$ $\to a \in \left(\frac{6}{7}; 3\right)$ **1т.**

$$\to a \in \left(\frac{6}{7}; 3\right] \cup \{-2\} \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$$ **1т.**

б) решете неравенството **3т.**

$$\frac{(x^2 - 3x + 2)(x+2)(x-1)}{(3-x)(x+3)(2x^2+5)} \geq 0$$

$$\to x \in (-3; -2] \cup \{1\} \cup [2; 3)$$

Зад.3 а)

Нека в триъгълник ABC с хипотенуза AB и CH – височина

$$\begin{vmatrix} x + y = 25 \\ x.y = 12^2 \end{vmatrix} \qquad \begin{matrix} AH = x = 16 \\ BH = y = 9 \end{matrix}$$ където x и y са ортогоналните проекции на катетите върху хипотенузата **1т.**

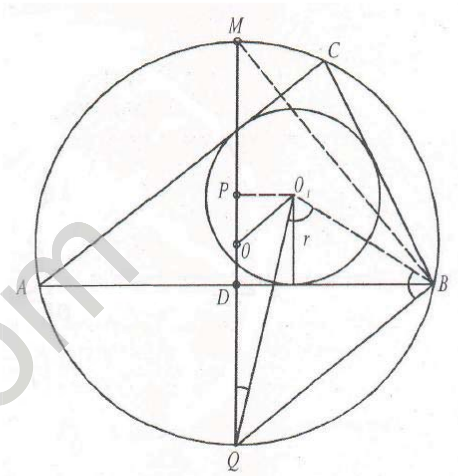
$AC = 20$

$BC = 15$ **1т.**

Забележка: *Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки, като оценителите изготвят съответните критерии.*

аналогично проекциите на AH и CH върху AC са 12,8 и 7,2 ; проекциите на BH и CH върху BC са 5,4 и 9,6 **1т.**

б)



$OO_1^2 = O_1P^2 + OP^2$

$O_1P^2 = O_1Q^2 - QP^2$ $\qquad OP = QP - QO = QP - R$

1т.

$OO_1^2 = O_1Q^2 - QP^2 + (QP - R)^2$ $\qquad QP = QD + PD = QD + r$

1т.

$OO_1^2 = O_1Q^2 - QP^2 + QP^2 - 2QP.R + R^2$

$OO_1^2 = O_1Q^2 - 2R(QD + PD) + R^2 = O_1Q^2 - 2R(QD + r) + R^2 = O_1Q^2 - 2RQD - 2rR + R^2$

$QO_1 = QB$ от равенството на ъгъл QO_1B (външен за BCO_1) и ъгъл QBO_1 **1т.**

$O_1Q^2 = 2R.QD$ от правоъгълния триъгълник QBM

$OO_1^2 = O_1Q^2 - 2RQD - 2rR + R^2 = R^2 - 2rR$ $\qquad d = \sqrt{R^2 - 2rR}$ **1т.**

Забележка: *Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки, като оценителите изготвят съответните критерии.*