РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
Министерство на образованието и науката
Регионален инспекторат по образованието - Пловдив

4000 Пловдив, ул.”Цариброд” № 1, тел.: 032/631-843, 032/628-980, факс: 032/631-847,www.riobg.com, e-mail: rioplovdiv@gmail.com

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА - ПЛОВДИВ, 14.12.2013 г.

VIII клас

Задача 1. В квадратното уравнение $4x^2+4(k+1)x+1=0$, $\boldsymbol{k}$ е реален параметър.

а) Да се реши уравнението при $\boldsymbol{k}=\frac{1}{4}$ и получените корени да се сравнят със стойностите на изразите А и В, където $A=\sqrt{4-2.\sqrt{3}}-\sqrt{3}$ и

$B=\sqrt{4+\sqrt{7}}\,.\sqrt{3+\sqrt{5+\sqrt{7}}}\,.\sqrt{3-\sqrt{5+\sqrt{7}}}$.

б) Да се намери най-малката стойност на параметъра $\boldsymbol{k}$, за която квадратното уравнение има точно едно решение.

7 точки

Задача 2. В правоъгълен триъгълник ABC с $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CAB=60^\circ$ и хипотенуза $AB=12$ см, отсечките CD ($D\in AB$) и CM ($M\in AB$) са съответно височина и медиана. През точката D са построени прави $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ такива, че $\boldsymbol{a}$ е перпендикулярна на медианата и пресича катета BC в точка E, а правата $\boldsymbol{b}$ е успоредна на катета AC и пресича BC в точка F.

а) Да се докаже, че точката E е среда на BC.

б) Да се намерят дължините на отсечките ME и DF.

7 точки

Задача 3. Да се намерят стойностите на естественото число $\boldsymbol{n}$, за които числото $\mathbf{2585}+\boldsymbol{n}^2$ е точен квадрат на естествено число.

7 точки

Време за работа 4 часа

Желаем Ви успех!