НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ-ХАСКОВО -15.12.2013 г.

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА
XII клас

Зад. 1 а) 1. Ако $m - 3 = 0,\ m = 3$ уравнението е линейно и $x = \frac{4}{3}$ (1 точка)

2. Ако $m \neq 3$ уравнението е квадратно и при $D=0,\ m_1 = -6$ и $m_2 = 4$ (1 точка)

б) 1. Намиране на $m = 1$ след извършване на умножението (2 точки)

2. Намиране на стойността на сумата и произведението на двата корена по формулата на Виет $x_1 + x_2 = -3$ и $x_1.x_2 = -3$ (1 точка)

3. Преобразуване на израза A до такъв, в който участват само сумата и произведението на корените на уравнението (1точка)

4. Заместване и изчисляване на израза $A=18$ (1 точка)

2 зад. Ъглите α, β, γ образуват аритметична прогресия

Нека α е първия член на прогресията , а разликата е d

Доказано, че единият ъгъл на триъгълника е 60° (2 точки)

$S = p.r \Rightarrow 36\sqrt{3} = p.3 \Rightarrow p = 12\sqrt{3}$ см. (1 точка)

Нека точка O е центъра на вписаната в триъгълник ABC окръжност

Построено $OP \perp AB(P \in AB)$ (1 точка)

Триъгълник OPB е правоъгълен и $\frac{PB}{OP} = \cot g 30^\circ \Rightarrow PB = 3\sqrt{3}$ см. (1 точка)

$BP = p - AC \Rightarrow AC = 9\sqrt{3}$ см. (1 точка)

От синусова теорема за $\Delta ABC \Rightarrow \frac{AC}{\sin 60^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{9\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow R = 9$ см. (1 точка)

3 зад. Намерен обема на призмата $V = 180\sqrt{2}$ куб. см (2 точки)

Определен линейния ъгъл φ на двустенния ъгъл

между равнините (ABM) и (ABC) (1 точка)

Намерен $tg\varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$ (1 точка)

Определено разстоянието от т. C до равнината (ABM) (1 точка)

За намиране на търсеното разстояние $2\sqrt{2}$ см. (2 точки)

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максимален брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.