

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ-ХАСКОВО - 15.12.2013 г.**

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

XI клас

Зад.1

За доказване, че новата редица е геометрична прогресия

с първи член $20.4=80$ и частно $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ 4 т.

За намиране на $n = 7$, чрез използване на

формулата за сума на геометрична прогресия 3 т.

Зад.2 а) Ъглите α, β, γ в този ред образуват аритметична прогресия $\Rightarrow \beta = 60^\circ$ 1 т.

$$\sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin \gamma = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{3}) \Rightarrow \sin \alpha + \sin \gamma = \frac{3}{2} \quad 0,5 \text{ т.}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \cdot \cos \frac{\gamma - \alpha}{2} = \frac{3}{2}, \quad \alpha + \gamma = 120^\circ \Rightarrow \quad 1 \text{ т.}$$

$$\cdot \cos \frac{\gamma - \alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\gamma - \alpha}{2} = 30^\circ \quad 0,5 \text{ т.}$$

Намерени другите два ъгъла на триъгълника 30° и 90° 1 т.

б)

I $\gamma = 90^\circ \Rightarrow AB = 10\text{см.}$ е диаметър на описаната около триъгълника окръжност 1,5 т.

II $\alpha = 90^\circ \Rightarrow BC = 20\text{см.}$ е диаметър на описаната около триъгълника окръжност 1,5 т.

3 зад. а) 1. За полагане $4x^2 - 3x = t$ 0,5 т.

2. За решаване на полученото ирационално уравнение $\sqrt{t+15} + \sqrt{t+8} = 7$

и намиране на корена $t = 1$ 2 т.

3. За решаване на $4x^2 - 3x = 1$ 0,5 т.

4. За намиране $m = 1$ 0,5 т.

5. За намиране на корените $x_1 = -3, x_2 = 1$ 0,5 т.

6. За намиране на стойността на израза $=3$ 1 т.

б) 1. За записване на условията $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 < 0 \\ a - 2 \neq 0 \end{cases}$ 0,5 т.

2. За намиране от формули на Виет $x_1 \cdot x_2 = 3m(m-2)$ 0,5 т.

3. За решаване на системата и намиране $m \in (0; 2)$ 0,5 т.

4. За намиране на отговора $m = 1$ 0,5 т.

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.