Секция "Изток" – СМБ

ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 22.04.2012 г.

10 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. „Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разделени на групи по трудности: от 1 до 5 се оценяват с по 3 точки, от 6 до 10 - с по 5 точки и от 11 до 15 - с по 7 точки. Организаторите Ви пожелават успех!

Име...училище...град......................

1. Стойността на израза $\sqrt[3]{\dfrac{2x}{y^2}}.\sqrt[4]{\dfrac{2y^2}{x}}$ при $x = 2$ и $y = \dfrac{1}{4}$ е:

а) 2; б) $\sqrt[6]{2}$; в) $\sqrt[12]{2^{11}}$; г) друг отговор.

2. Ако $\alpha = 60^\circ$ стойността на израза $\dfrac{\cos\alpha + \cos(\alpha - 15^\circ)}{\sin 2\alpha}$ е:

а) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}$; б) $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$; в) $\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; г) друг отговор.

3. Ако $a = 2\sqrt{2}$, $b = 18$ стойността на израза $\dfrac{8a + 2\sqrt{b}}{\sqrt{b} - a}$ е:

а) 10; б) $\frac{20}{\sqrt{2}}$; в) $22\sqrt{2}$; г) друг отговор.

4. В правоъгълен триъгълник с хипотенуза $c = 13$ и $tg\alpha = 2{,}4$ катетите a и b са:

а) $a = 2{,}4\sqrt{5}$; $b = \sqrt{5}$; б) $a = 12$, $b = 5$; в) $a = 2\dfrac{1}{3}$, $b = 5$; г) друг отговор.

5. За кои стойности на x квадратната функция $y = 6x^2 - 5x + 6$ има стойности по-малки от 12?

а) $x \in \left(-\dfrac{3}{2}; \dfrac{2}{3}\right)$; б) $x \in \left(-\infty; \dfrac{3}{2}\right) \cup \left(\dfrac{2}{3}; +\infty\right)$; в) $x \in \left(-\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{2}\right)$; г) $x \in \left(-\infty; -\dfrac{2}{3}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$.

6. Решете неравенството: $\dfrac{x^2 + 5x - 6}{(x-1)(x^2+4)} \geq 0$

а) $x \in [-6; +\infty)$; б) $x \in [-6; 1]$; в) $x \in [-6; 1) \cup (1; +\infty)$; г) друг отговор.

7. Стойността на израза $\log_a \dfrac{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}.\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$, $a > 0, a \neq 1$ е:

а) $\dfrac{8}{3}$; б) 5; в) $\dfrac{4}{3}$; г) друг отговор.

8. Ъглите в ΔABC са $\alpha = 30^\circ$, $\gamma = 120^\circ$. Ако периметърът е 18, то радиусът на описаната окръжност е:

а) $18\left(2 + \sqrt{3}\right)$; б) $18\left(2 - \sqrt{3}\right)$; в) $18\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)$; г) друг отговор.

9. Диагоналите на успоредник са 6 *см.* и 10 *см*. Ако страните му се отнасят както 1:4, намерете дължините им .

а) 1 и 4; б) 0,5 и 2; в) $\sqrt{2}$ и $4\sqrt{2}$; г) друг отговор.

10. Дефиниционната област на функцията $\log_{x-1}\left(-x^2 + 2x + 3\right)$ е:

а) $x \in (1;3)$; б) $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; в) $x \in (1;2) \cup (2;3)$; г) друг отговор.

11. Сборът от корените на уравнението $\sqrt{8x-16}(5^{x^2-2x+1} - 1) = 0$ е:

а) 2; б) 4; в) 3; г) друг отговор.

12. ΔABC има страна $AC = 7$ и радиус на описаната окръжност $R = 7$. С α, β и γ са означени ъглите на ΔABC. Стойността на израза $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\left[180^0 - \alpha - \gamma\right] - \cos\left(90^0 - \alpha\right)$ е:

а) $\dfrac{1}{2}$; б) 0; в) $-\dfrac{1}{2}$; г) друг отговор.

13. След опростяване на израза $\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}}\right) - \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)$ се получава:

а) $2\sqrt{ab}$; б) $-2\sqrt{ab}$; в) $2(a + b - \sqrt{ab})$; г) друг отговор.

14. Ромбът $ABCD$ е със страна 1 см, $\cos\measuredangle BAD = \dfrac{1}{4}$. Ако точка M е среда на AB, да се намери $\cos\measuredangle DMC$.

а) 0; б) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; в) $-\dfrac{1}{2}$; г) друг отговор

15. Да се намерят всички стойности на реалния параметър a , за които реалните корени на уравнението $x^2 + (2-a)x + a - 1 = 0$ са положителни

а) $(2; +\infty)$; б) $(1; 2)$' в) $\left[4 + 2\sqrt{2}; +\infty\right)$; г) друг отговор.