

КРАТКИ РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ

1 зад.

За получаване на $a_n = \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}$ - **2 точки**

За доказване, че редицата е строго намаляваща – **2,5 точки**

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2(n+1)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n+2}$$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2n} = \frac{-2}{4n(n+1)} = -\frac{1}{2n(n+1)} < 0$$

За доказване, че редицата е ограничена – **2,5 точки**

$$\frac{1}{2} < a_n \leq 1$$

2 зад.

За записване на редицата, a_1, a_1q, a_1q^2, x

1 точка

За намиране на $x = 2 a_1q^2 - a_1q$

1 точка

За съставяне на системата:

$$\begin{cases} a_1 + 2 a_1q^2 - a_1q = 14 \\ a_1q + a_1q^2 = 12 \end{cases}$$

1 точка

За намиране на $q_1 = 2$ и $q_2 = \frac{3}{5}$

2 точки

За намиране на $a_1 = 2$ и числата $2, 4, 8, 12$

1 точка

За намиране на $a_2 = \frac{25}{2}$ и числата $\frac{25}{2}, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}$

1 точка

3 зад.

Означаване на страните на успоредника $AB = a$ $AD = b$ и прилага на косинусова

теорема за $\triangle BAD$ и $\triangle ABC$: $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ = a^2 + b^2 - ab$

2 т.

$$AC^2 = a^2 + b^2 + ab$$

Заместване в даденото $\frac{AC^2}{BD^2} = \frac{a^2 + b^2 + ab}{a^2 + b^2 - ab} = \frac{19}{7}$

1 т.

$$\text{Преобразуване } \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 + \frac{a}{b}}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 - \frac{a}{b}} = \frac{19}{7} \Leftrightarrow 6\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13\frac{a}{b} + 6 = 0$$

3 т.

и намиране на $\frac{AB}{AD} = \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ или $\frac{AB}{AD} = \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, които определят един и същ успоредник

1 т.

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.