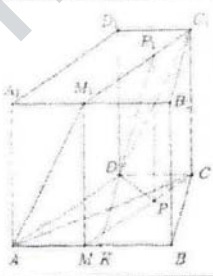


Критерии за XII клас:

Задача 1 :

Нека $SO$ е височината на пирамидата. От условието на задачата следва, че $O=BD \cap AC$ . Нека $BC=x$ . Тогава $SO^2 = a^2 - \frac{1}{4}(a^2 + x^2)$ , $SO = \frac{1}{2}\sqrt{3a^2 - x^2}$	0,5 точки
Тогава обемът на пирамидата $SABCD$ : $V = \frac{1}{6}ax\sqrt{3a^2 - x^2}$	0,5 точки
Изследване на $V = \frac{1}{6}ax\sqrt{3a^2 - x^2}$ : - намиране на $V' = \frac{1}{6}a \frac{3a^2 - 2x^2}{\sqrt{3a^2 - x^2}}$	1 точка
$V' = 0$ при $x = a\sqrt{\frac{3}{2}}$ (от условието на задачата следва, че $a$ и $x$ са неотрицателни)	2 точки
намиране на $V'' = \frac{ax(2x^2 - 9a^2)}{6(3a^2 - x^2)\sqrt{3a^2 - x^2}}$ , стойността ѝ при $x = a\sqrt{\frac{3}{2}}$ е $\frac{2}{3}a$	2 точки
Следователно при $x = a\sqrt{\frac{3}{2}}$ функцията $V(x)$ има максимум и той е $V_{max} = \frac{1}{4}a^3$	1 точка

Задача 2:

Прилагане на косинусова $T$ за $\triangle ACD$ , определяне на $\cos \angle ADC = -\frac{1}{4}$ . Следователно $\angle ADC > 90^\circ$ , $AB > CD$ , $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$		1,5 точки
Нека от т. $D$ към $AB$ се спусне перпендикуляр $DK$ ( $K \in AB$ ) и нека $\angle ADK = \alpha$		
От $\cos(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{4}$ се определя, че $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ , $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$		1,5 точки
Построяваме $CM \parallel AD$ , $DP \perp CM$ ( $P \in CM$ ). От $\triangle DPC$ ( $\angle PDC = \alpha$ ) се намира, че $DP = CD \cdot \cos \alpha = 3\sqrt{15}$ см		1 точка
Сечението на равнината през точките $A$ , $D$ и $C_1$ е успоредникът $AM_1C_1D$		1 точка
От $\triangle DPP_1$ се определя височината $DP_1$ на успоредника $AM_1C_1D$ – тя е $4\sqrt{10}$		1 точка
Определяне лицето на $AM_1C_1D - AD \cdot DP_1 = 72\sqrt{10}$ см <sup>2</sup>		1 точка

Задача 3:

а) За съставено квадратно уравнение $f(-3)=0$ и намерени стойности на параметъра $p_1=4$ , $p_2 = \frac{21}{4}$	2 точки
б) За намерена първа производна на функцията $f(x)$ , съставено уравнение $f'(-3) = tg135^\circ$ , намерено $p = \frac{21}{4}$	2 точки
За обосновка, че функцията може да е или само растяща или да има един локален максимум и един локален минимум, намерена първа производна и изследвана за екстремуми и обобщен извод, че при $p \geq \frac{1}{10}$ функцията е растяща за всяко $x > 4$	2 точки
За извода, че трите условия за изпълнение за $p = \frac{21}{4}$	1 точка