РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО - ПЛЕВЕН

ПРИМЕРНИ КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ И КРАТКИ РЕШЕНИЯ НА ТЕМИТЕ ОТ ОБЩИНСКИ КРЪГ НА НАЦИОНАЛНАТА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА 07. 01. 2012 г.

X клас

Зад.1. Тъй като параболата, която е графика на функцията $y = x^2 + bx + c$ се допира до абсцисната ос, то $b^2 - 4c = 0$. **(1 точка).** Параболата има и единствена обща точка с правата $y = \frac{4}{3}x + 8$. Това означава, че уравнението $x^2 + bx + c = \frac{4}{3}x + 8 \Leftrightarrow \quad x^2 + \left(b - \frac{4}{3}\right)x + c - 8 = 0$ има дискриминанта, равна на нула, **(2 точки).** т.е. $\left(b - \frac{4}{3}\right)^2 - 4(c-8) = 0$ **(1 точка).**

Решаваме системата $\left| \begin{array}{l} b^2 - 4c = 0 \\ \left(b - \frac{4}{3}\right)^2 - 4(c-8) = 0 \end{array} \right.$ с неизвестни b и c

и получаваме $b = \frac{38}{3}$, $c = \frac{361}{9}$ **(2 точки)..** Следователно $y = x^2 + \frac{38}{3}x + \frac{361}{9}$ **(1 точка)..**

Зад.2.

а) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} \geq \frac{2}{4-x} \Leftrightarrow |x-1| \geq \frac{2}{4-x}$ **(1 точка)**$\Leftrightarrow$ $\frac{|x-1|(4-x)-2}{4-x} \geq 0 \Leftrightarrow$

$\left| \begin{array}{l} x < 1 \\ \frac{(1-x)(4-x)-2}{4-x} \geq 0 \end{array} \right.$ или $\left| \begin{array}{l} x \geq 1 \\ \frac{(x-1)(4-x)-2}{4-x} \geq 0 \end{array} \right.$ **(0,5 точка)**

За получаване на решенията $x \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{17}}{2}\right] \cup [2;3] \cup (4;+\infty)$ **(1,5 точки).**

Ако ученикът не е съобразил $x \neq 4$ се отнемат 0,5 точки.

б) При $x \geq -a$ **(0,5 точка),** уравнението $\sqrt{x^2 + 8x} - x = a \Leftrightarrow 2x(4-a) = a^2$ **(0,5 точка)**.

$x = \frac{a^2}{2(4-a)}$ е единствено решение, ако $x = \frac{a^2}{2(4-a)} \geq -a$ **(1 точка)**.

За решаване на неравенството и определяне $a \in [0;4) \cup [8;+\infty)$ **(2 точки)**.

Зад. 3

Намерен коефициентът на подобие между триъгълниците AMN и ABC, $k = \frac{1}{2}$	**1 точка**
Доказано, че MN е средна отсечка	**1точка**
Доказано, че AB = 2R = 10 см	**1точка**
Намерени AC = 6 см и BC = 8 см	**1точка**
Обосновано местоположението на диаметъра на окръжността ($\angle MNC = 90^0$).	**1точка**
От подобието на триъгълниците MNL и MNA намерено ML = $\frac{20}{3}$ см, точка $L \in AC$ и ML е диаметър на търсената окръжност	**1,5точки**
Намерен радиусът на окръжността $R_1 = \frac{10}{3}$ см.	**0,5точки**

Всяко друго вярно решение, различно от предложеното, се оценява с максимален брой точки.

За областен кръг се класират учениците получили най-малко 16 точки (за учениците без VII клас), а седмокласници – при получени над 73 точки).