9.1. а) Уравнението има реални корени при $D \geq 0$, т.е. $1-4k \geq 0 \Leftrightarrow k \leq \frac{1}{4}$. **(1 т.)**

$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=-\frac{7}{3} \Leftrightarrow 3\left(\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_1\right)=-7x_1x_2$. **(1 т.)** От теоремата на Виет следва, че $x_1+x_2=-1$ и $x_1x_2=k$. След заместване в равенството получаваме $k=-3$. **(1,5 т.)**

б) Заместваме с $x=a+1$ в уравнението $x^2+\left(a-x\right)x-2=0$ **(1,5 т.)** и получаваме $a^2+a-2=0$ **(1 т.)** Следователно $a=-2$ или $a=1$. **(1 т.)**

9.2. а) Полагаме $3x^2-3=y$ и получаваме кв. уравнение $y^2+2y-8=0$ **(1 т.)**
Намираме корените на уравнението $y_1=-4$ и $y_2=2$ **(1 т.)**
Връщаме се в полагането и решаваме кв. уравнения $3x^2-x=-4$ и $3x^2-x=2$ **(1 т.)**
б) $x^3-7x^2+16x-12=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2-4x^2+16x-12=0$ **(1 т.)**
$x^2\left(x-3\right)-4\left(x^2-4x+3\right)=0 \Leftrightarrow x^2\left(x-3\right)-4\left(x-3\right)\left(x-1\right)=0$ **(1 т.)**
$\left(x-3\right)\left(x^2-4x+4\right)=0 \Rightarrow x_1=3$ и $x_{2,3}=2$ **(1 т.)**
$x_1.x_2.x_3=12$ **(1 т.)**

9.3. Ще разгледаме само случая на остроъгълен триъгълник, тъй като този на тъпоъгълен е аналогичен. От $\angle AB_1B=\angle AA_1B=90^\circ$ следва, че A, B, A_1 и B_1 лежат на една окръжност. **(2 т.)** Тогава
$\angle ABA_1+\angle AB_1A_1=180^\circ$. **(1 т.)**
Но $\angle AB_1A_1+\angle A_1B_1C=180^\circ$, **(1 т.)** т.е.
$\angle ABC=\angle CB_1A_1$. **(1 т.)**
Тъй като $\angle AOC=2\angle ABC$ и $AO=CO$,
то $\angle ACO=90^\circ-\angle ABC$. **(1 т.)** Следователно
$\angle A_1B_1C+\angle ACO=90^\circ$, което показва, че
$CO \perp A_1B_1$. **(1 т.)**