8.1. $a=1$ **(1 т.),** $b=-2\left(\sqrt{3}-1\right)$ **(2 т.),** $c=4-2\sqrt{3}$ **(1 т.),** $D=0$ **(2 т.),** $x_1=x_2=\sqrt{3}-1$ **(1 т.)**

8.2. а) Нека $AC \cap BD = O \Rightarrow BO = DO; BD = 2BO$

От $BK : KD = 1:2 \Rightarrow BK = \dfrac{1}{3}BD = \dfrac{1}{3}.2BO = \dfrac{2}{3}BO \Rightarrow$ точка K е медицентър в ΔABC

Следователно AK част от медиана, следователно т. M е среда на BC. **(3 т.)**

б) $S_{ABCD} : S_{\triangle BMK} = 12:1$ **(2 т.)**

в) От точка K медицентър в $\Delta ABC \Rightarrow AK = \dfrac{2}{3}AM$ *и* $\overrightarrow{AK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM}$, *а* $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$,

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} = \vec{a}+\vec{b}$ и $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$, $\overrightarrow{AK} = \dfrac{2}{3}\left(2\vec{a}+\vec{b}\right) \Rightarrow \overrightarrow{KA} = -\dfrac{2}{3}\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$ **(0,5 т.)**

$\overrightarrow{KB} = -\overrightarrow{BK} = -\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BD} = -\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right) = \dfrac{1}{3}\left(-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}\right) = \dfrac{1}{3}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$ **(0,5 т.)**

$\overrightarrow{KD} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BD} = \dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right) = \dfrac{2}{3}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)$ **(0,5 т.)**

$\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BK} = \vec{b}+\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}-\vec{b}\right) = \dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ **(0,5 т.)**

8.3. Определяне на $D = (b^2+c^2-a^2)^2 - 4b^2c^2$ **(1 т.)**
Преобразуване $D = (b^2+c^2-a^2)^2 - (2bc)^2 = (b^2+c^2-a^2-2bc).(b^2+c^2-a^2+2bc) =$
$= ((b-c)^2-a^2)((b+c)^2-a^2) = (b-c-a)(b-c+a)(b+c-a)(b+c+a)$ **(3 т.)**
Извод от a, b и c – дължини на страни на триъгълник:
$c+a>b$, $b-c-a<0$
$b+a>c$, $b-c+a>0$
$b+c>a$, $b+c-a>0$
$b+c+a>0$ и $D = (b-c-a)(b-c+a)(b+c-a)(b+c+a) < 0$ следователно уравнението няма реални корени **(3 т.)**