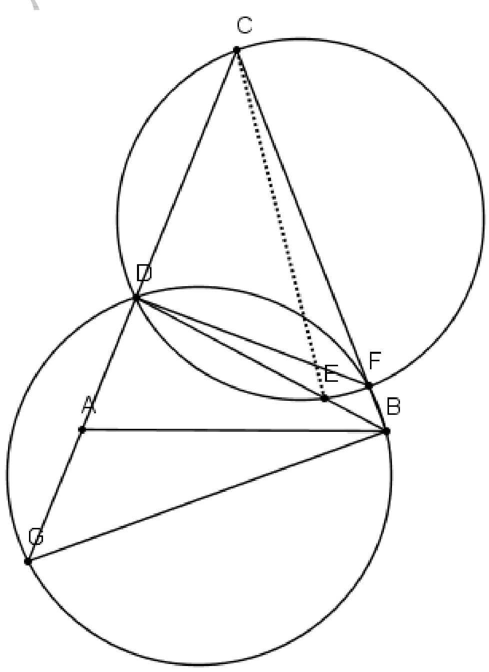
**10.1.** *Първи начин*. Търсим функцията във вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. **(1 т.)** Тъй като дадените точки са от графиката на функцията, то координатите им $(x; y)$ удовлетворяват равенството $y = f(x)$. **(1 т.)** Тогава $a$, $b$ и $c$ са решение на системата $4a - 2b + c = 0$, $a + b + c = 0$, $c = -6$. **(2 т.)** Решаваме системата и намираме $a = 3$, $b = 3$, $c = -6$. **(2 т.)** Следователно $f(x) = 3x^2 + 3x - 6$. **(1 т.)**
*Втори начин*. От координатите на точките $A$ и $B$ следва, че търсената квадратна функция удовлетворява равенствата $f(-2) = f(1) = 0$. Тогава тя има вида $f(x) = a(x - 1)(x + 2)$. (Защо?) От условието $f(0) = -6$ намираме $a = 3$. Получаваме $f(x) = 3(x - 1)(x + 2) = 3x^2 + 3x - 6$.

**10.2.** Определяне, че уравнението $x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8 = 0$ има реални корени при $D = -a^2 + 6a - 8 \geq 0.$ **(1 т.)** Намиране решенията на неравенството $-a^2 + 6a - 8 \geq 0$, $2 \leq a \leq 4$ **(1 т.)** Записване формулите на Виет за уравнението $x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8 = 0,$
$x_1 + x_2 = 2a$ и $x_1.x_2 = 2a^2 - 6a + 8$ **(1 т.)**
$S = (x_1 - x_2)^2 - x_1 - x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - (x_1 + x_2) = -4a^2 + 22a - 32$ **(1 т.)**
Намиране на най-малка стойност на $S$ при $a = 4$ и $S_{\min} = -8$ **(1,5 т.)**
Намиране на най-голямата стойност на $S$ при $a = \frac{11}{4}$ и $S_{\max} = -\frac{7}{4}$ **(1,5 т.)**

**10.3.** Да означим пресечната точка на описаната около $\Delta DEC$ окръжност $K$ с $BC$ с точка $F$. Тогава за окръжността $K$ и секущите $BC$ и $BD$ е изпълнено: $BF.BC=BE.BD$ **(1точка)**




И от условието на задачата $BE = \frac{1}{2}AD$, а $BD=2AD$

$\Rightarrow$ $BF.BC=BE.BD=AD^2$ (**1точка).** Тогава $CF.CB=(CB-FB).CB$

$\Rightarrow$ $CF.CB=CB^2-FB.CB=CB^2-AD^2=(CB-AD)(CB+AD)$ **(1 точка)**
Нека точка $G$ е симетрична на т.$D$ спрямо т.$A$. Тогава $AD=AG$, а по условие $AC=BC$ **(1 точка)**, от това $\Rightarrow$ $CF.CB=(CB-AD)(CB+AD)=CD.CG$, откъдето следва че $DFBG$ е вписан в окръжност **(1 точка).** $\Rightarrow$ $\measuredangle BGD=\measuredangle CFD$, но $\measuredangle CFD=\measuredangle CED$ (вписани ъгли за окр. $K$) **(1 точка).**

За равнобедрения $\Delta GBD$ $\Rightarrow \measuredangle BDC=2\measuredangle BGD$ (външен ъгъл) $\Rightarrow$ $\measuredangle BDC=2\measuredangle BGD=2\measuredangle DEC$ **(2 точки).**