Р Е П У Б Л И К А   Б Ъ Л Г А Р И Я
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
Гр.Бургас – 8000 *тел.056/81 32 49, 81 32 61*
Ул.”Гладстон” 150 *факс:056/81 32 59*
rioburgas@gmail.com

61-ва НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 06.01.2012 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

VIII клас

Зад. 1 а) За определяне при $D = m^2 - 8m + 12 = 0$ $m_1 = 2$ и $m_2 = 6$ **3 т.**

б) За намиране на $p = \dfrac{3}{\sqrt{27}+\sqrt{18}} = \dfrac{3}{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ или $p = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ **1 т.**

За намиране на $q = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} = 1$ **1 т.**

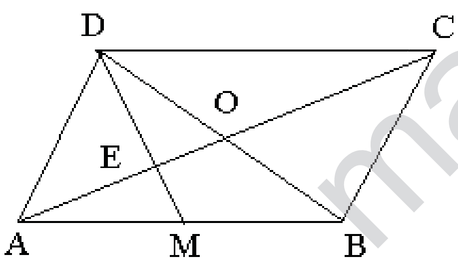
За намиране на $m = \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)p.q = 1$ **1 т.**

За получаване на квадратното уравнение и намиране на решенията му

$x^2 - x - 1 = 0$

$x_1 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}, x_2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ **1 т.**

Зад. 2 т. О – среда на BD, т. М – среда на AB



$\Rightarrow$ AO и DM – медиани в ΔABD

$\Rightarrow$ т. E - медицентър на ΔABD **1 т.**

$\Rightarrow$ $AE : EO = 2 : 1$ $\Rightarrow$ $AE = \dfrac{2}{3}AO$ **1 т.**

$AO = \dfrac{1}{2}AC$ $\Rightarrow$ $AE = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{3}AC$ **2 т.**

$EC = AC - AE = AC - \dfrac{1}{3}AC = \dfrac{2}{3}AC$ **2 т.**

$\Rightarrow$ $AE : EC = \dfrac{1}{3}AC : \dfrac{2}{3}AC = 1 : 2$ **1 т.**

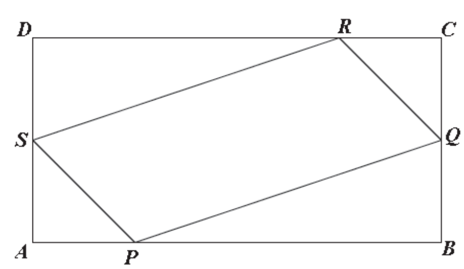
Зад. 3

а) Означаване на $AP = AS = x$ и определяне на $BP = RD = 60 - x$ и $BQ = DS = 40 - x$, $0 \le x \le 40$ **1 т.**

Изразяване на търсеното лице:

$S_{PQRS} = S_{ABCD} - [S_{APS} + S_{PBQ} + S_{QCR} + S_{RDC}] =$

$= 40.60 - 2\left[\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{(60-x)(40-x)}{2}\right] = 100x - 2x^2$ **1 т.**



б) Решаване на уравнението

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.

Р Е П У Б Л И К А   Б Ъ Л Г А Р И Я
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС

Гр.Бургас – 8000 *тел.056/81 32 49, 81 32 61*
Ул.”Гладстон” 150 *факс:056/81 32 59*
rioburgas@gmail.com

61-ва НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 06.01.2012 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

$S_{PQRS} = 100x - 2x^2 = 368, x^2 - 50x + 184 = 0$, намиране на $x_1 = 4 < 40, x_2 = 46 > 40$ и определяне, че $AP = 4$ см. **2 т.**

в) Изразяване (чрез отделяне на точен квадрат) на

$S_{PQRS} = 100x - 2x^2 = 2\left(2.25x - x^2\right) = 2.625 - 2\left(625 - 2.25x + x^2\right) = 1250 - 2\left(25 - x\right)^2 \le 1250$ **2 т.**

и определяне, че ако $AP = 25$ см, лицето S_{PQRS} е възможно най-голямо. **1 т.**

IX клас

Зад. 1

а) Получаване на уравнението $x^2 - 13x + 9 = 0$, определяне на $D = 133 > 0$ **1 т.**

Определяне на $A^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1.x_2}$ и прилагане на формулите на Виет $x_1 + x_2 = 13$ и $x_1.x_2 = 9$ **1 т.**

Намиране на $A^2 = 19$ и обосноваване на $A \ge 0$ и $A = \sqrt{19}$ **1 т.**

б) Прилагане формулите на Виет $x_1 + x_2 = 4k + 1$ и $x_1.x_2 = 2k + 3$ **1 т.**

Изразяване на $x_1^2 + x_2^2 = \left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 = \left(4k+1\right)^2 - 2\left(2k+3\right) = 16k^2 + 4k - 5$ **1 т.**

Решаване на уравнението $16k^2 + 4k - 5 = 14k^2 + 9k - 2$ и намиране на $k_1 = 3$ и $k_2 = -0,5$ **1 т.**

Проверка на стойностите k_1 и k_2 в условието за съществуване на реални корени на кв. уравнение $D = 16k^2 - 11 \ge 0$ и определяне $k = 3$ **1 т.**

Задача 2

а) (2 точки) AB диаметър $\Rightarrow \sphericalangle APB = \sphericalangle AMB = 90^\circ \Rightarrow AM$ - височина и медиана в $\triangle ABC \Rightarrow AB = AC$. (1т.)

I начин: От $AP = BM \Rightarrow \triangle ABP \cong \triangle BAM$ (по катет и хипотенуза).

Следователно $\sphericalangle PAB = \sphericalangle MBA \Rightarrow AC = BC \Rightarrow \triangle ABC$ равностранен. (1 т.)

II начин: $AP = BM \Rightarrow \overset{\frown}{AP} = \overset{\frown}{BM}$
$\Rightarrow \sphericalangle MAB = \sphericalangle PMA \Rightarrow AB \parallel MP$
$\Rightarrow P$ – среда на $AC \Rightarrow AB = BC$

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.