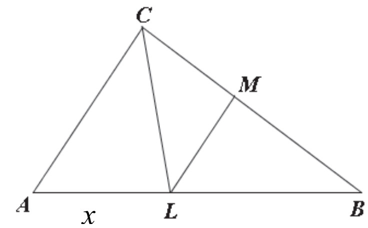
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ГР. БУРГАС
Гр. Бургас – 8000
тел. 813-249; 813-261 *ул. „Гладстон"№ 150*
rioburgas@gmail.com *факс:813-259*

61-ва НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 06.01.2012 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

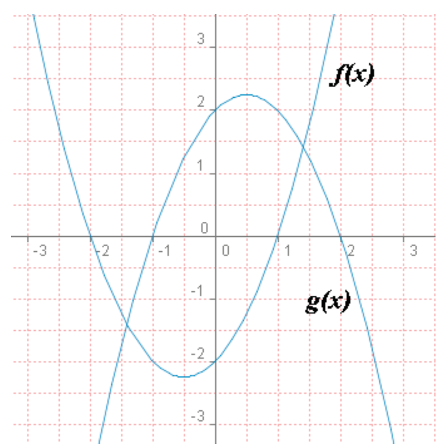


Зад. 2
Определяне, че $\Delta LBM \sim \Delta ABC$ **1 т.**

и отношенията на лицата им $\dfrac{S_{\Delta LBM}}{S_{\Delta ABC}} = \dfrac{LB^2}{AB^2}$ **1 т.**

Намиране на $AB = 3\sqrt{5}$ (от Питагорова теорема) **1 т.**
Прилага на свойство на ъглополовящата **1 т.**
$\dfrac{AL}{BL} = \dfrac{AC}{BC}$, $\dfrac{x}{3\sqrt{5}-x} = \dfrac{3}{6}$
Намиране на $AL = \sqrt{5}$ см и $LB = 2\sqrt{5}$ см **2 т.**
Намиране на $\dfrac{S_{\Delta LBM}}{S_{\Delta ABC}} = \dfrac{LB^2}{AB^2} = \dfrac{20}{45} = \dfrac{4}{9}$ и $S_{\Delta LBM} = \dfrac{4}{9} S_{\Delta ABC} = \dfrac{4}{9}.\dfrac{3.6}{2} = 4\,\text{см}^2$ **1 т.**

Зад. 3 Построяване на графиките на функциите $f(x) = x^2 + x - 2$ и $g(x) = -x^2 + x + 2$ **2 т.**



Намиране множеството на онези x, за които $f(x) \le g(x)$
$-\sqrt{2} \le x \le \sqrt{2}$ **2 т.**
Определяне на максималната дължина на вертикална отсечка в G – Вертикална отсечка в G има дължина $g(x) - f(x) = -2x^2 + 4 \le 4$ и равенството $g(x) - f(x) = 4$ е налице само при $x = 0$ **2 т.**
Доказателство, че двете графики са симетрични относно началото О на координатната система. Ако (x, y) е от графиката f, то $(-x; -y)$ е от графиката на g.
$f(x) = x^2 + x - 2 = y$ $g(-x) = -x^2 - x + 2 = -(x^2 + x - 2) = -y$ **1 т.**

XI клас

1 зад.
За получаване на $a_n = \dfrac{n+1}{2n} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2n}$ **2 т.**
За доказване, че редицата е строго намаляваща
$a_{n+1} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2(n+1)} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2n+2}$
$a_{n+1} - a_n = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2n+2} - \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2n} = \dfrac{-2}{4n(n+1)} = -\dfrac{1}{2n(n+1)} < 0$ **2,5 т.**
За доказване, че редицата е ограничена $\dfrac{1}{2} < a_n \le 1$ **2,5 т.**

2 зад.
За записване на редицата, a_1, a_1q, a_1q^2, x **1 т.**

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ГР. БУРГАС
Гр. Бургас – 8000
тел. 813-249; 813-261 *ул. „Гладстон"№ 150*
rioburgas@gmail.com *факс:813-259*

61[-ва] НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 06.01.2012 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

За намиране на $x = 2a_1q^2 - a_1q$ **1 т.**

За съставяне на системата:

$$\left|\begin{array}{l} a_1 + 2a_1q^2 - a_1q = 14 \\ a_1q + a_1q^2 = 12 \end{array}\right.$$ **1 т.**

За намиране на $q_1 = 2$ и $q_2 = \dfrac{3}{5}$ **2 т.**

За намиране на $a_1 = 2$ и числата 2, 4, 8, 12 **1 т.**

За намиране на $a_2 = \dfrac{25}{2}$ и числата $\dfrac{25}{2}, \dfrac{15}{2}, \dfrac{9}{2}, \dfrac{3}{2}$ **1 т.**

3 зад. Означаване на страните на успоредника $AB = a$ $AD = b$ и прилага на косинусова теорема за ΔBAD и ΔABC: $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB.AD.\cos 60^\circ = a^2 + b^2 - ab$

$AC^2 = a^2 + b^2 + ab$ **2 т.**

Заместване в даденото $\dfrac{AC^2}{BD^2} = \dfrac{a^2+b^2+ab}{a^2+b^2-ab} = \dfrac{19}{7}$ **1 т.**

Преобразуване $\dfrac{\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 + 1 + \dfrac{a}{b}}{\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 + 1 - \dfrac{a}{b}} = \dfrac{19}{7} \Leftrightarrow 6\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 - 13\dfrac{a}{b} + 6 = 0$ **3 т.**

и намиране на $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{2}$ или $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{3}$, които определят един и същ успоредник **1 т.**

XII клас

Зад. 1 Решаване на уравнението $3^{z+1} - 7^z + 4.3^z - 2.7^{z-1} = 0$ и намиране на $z = 2$ **2 т.**

Намиране на $d = 13$ **0,5 т.**

Означаване на страните на правоъгълника с x и y $(x > 0, y > 0)$ и съставяне на системата

$$\left|\begin{array}{l} xy = 60 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{array}\right.$$ **1 т.**

Решаване на системата и получаване на двойките решения (12; 5), (5; 12), (– 12; – 5) и (– 5; – 12) **3 т.**

Определяне решение на задачата: Страните на правоъгълника са 5 см и 12 см **0,5 т.**

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.