

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА**  
**ОБЩИНСКИ КРЪГ - 18.12.2011 г.**  
**ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА**

**IX клас**

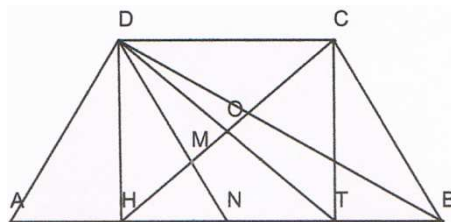
**Зад.1.**

- а) Намиране на корените  $x_1 = -2$  и  $x_2 = 3$  **2,5 точки**  
 $x_1 = 3 \in DC$   $x_2 = -2 \notin DC$  **0,5 точки**
- б) 1. Решаване на системата чрез изваждане **0,5 точки**  
 2. Разлагане на разликата от двете уравнения до произведението  $(x-1)(1-y)=0$   
 и намиране на решението  $(1;1)$  **1,5 точки**  
 3. Решаване на двете системи и намиране на техните решения  $(1;-2)$   $(-2;1)$  **2 точки**

**Зад.3.**

- Зад. 1:а) 1. Ако  $m - 3 = 0$ , уравнението е линейно и  $x = \frac{4}{3}$  **1 т.**  
 2. Ако  $m \neq 3$  уравнението е квадратно и при  $D=0$ ,  $m_1 = -6$  и  $m_2 = 4$  **1 т.**
- б) 1. Намиране на  $m = 1$  след извършване на умножението **1 т.**  
 2. Намиране на стойността на сумата и произведението на двата корена по формулата на Виет  $x_1 + x_2 = -3$  и  $x_1 x_2 = -3$  **1 т.**  
 2. Преобразуване на израза  $A$  до такъв, в който участват само сумата и произведението на корените на уравнението с цел прилагането на формулите на Виет **2 т.**  
 3. Заместване и изчисляване на израза  $A=18$  **1 т.**

**Зад.2.**



- а)  $DM \cap AB = N$   
 От  $M$  – медицентър на  $\Delta ABD \Rightarrow DN$  – медиана в  $\Delta ABD$  и  $AN = BN$  (1)  
 $DM : MN = 2:1$  (2)  
 От  $AB \parallel CD$ ;  $AD = CB$ ;  $DH \perp AB$  и  $CT \perp AB \Rightarrow \Delta AHD \cong \Delta BTC$  (II пр.)  $\Rightarrow AH = BT$  (3) **1 т.**  
 От (1) и (3)  $\Rightarrow HN = TN \Rightarrow DN$  – медиана в  $\Delta HTD$  (4) **1 т.**  
 От (2), (4) и  $M \in DN \Rightarrow M$  е медицентър и на  $\Delta HTD$  (5) **1 т.**

б) От  $AB \parallel CD$ ;  $DH \perp AB$  и  $CT \perp AB \Rightarrow HTCD$  е правоъгълник  $\Rightarrow HC \cap TD = O$  – среда на  $HC$  и  $TD \Rightarrow HO$  е медиана в  $\Delta HTD$  (6) **1 т.**

От (5) и (6)  $\Rightarrow M \in HO$ ,  $O \in HC \Rightarrow M \in HC \Rightarrow C, M$  и  $H$  лежат на една права **1 т.**

От (5) и (6)  $\Rightarrow HM : MO = 2 : 1$ , но  $HO = CO \Rightarrow \frac{CM}{HM} = \frac{CO + MO}{HM} = \frac{HO + MO}{HM} = \frac{4}{2}$

$\Rightarrow CM : HM = 2 : 1$  **2 т.**

**Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки.**

**За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.**