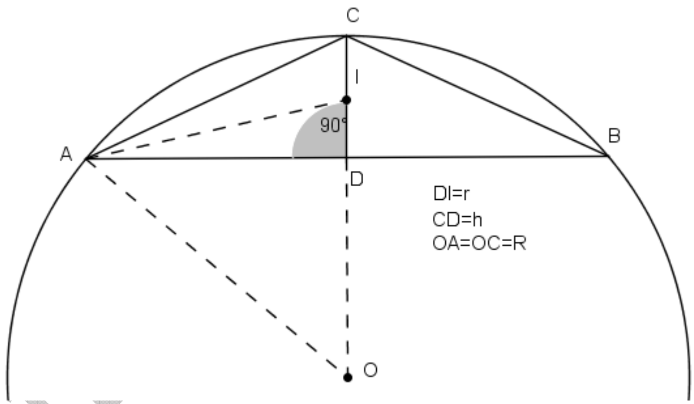
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ -18.12.2011 г.
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА
X клас

1зад.
а) $x_1 \in (-\infty;1) \cup (5;+\infty)$ **2 т.**
б)
Намиране на $c = 3$ **2 т.**
Заместване и намиране корените на уравнението $x^2 - 6x + 3 = 0$ **2 т.**
$x_1 = 3+\sqrt{6}$ $x_2 = 3-\sqrt{6}$
Намиране на решенията на неравенството $x^2 - 6x + 3 > 0$ **1 т.**
$x \in \left(-\infty; 3-\sqrt{6}\right) \cup \left(3+\sqrt{6}; +\infty\right)$

2 зад Определяне на точка I – пресечна точка на ъглополовящите CD и AI на триъгълник ABC и прилагане на теорема за ъглополовящата AI в триъгълник ADC $AD : AC = DI : CI$ **0,5 т.**
Съставяне на системата $AD : AC = r : (h - r)$ и $AD^2 + h^2 = AC^2$, решаване на системата и намиране на $AD = 12$ см и $AC = 13$ см **3 т.**
Намиране на $AB = 2AD$ и $S = 60$ см^2 **1 т.**
Определяне на центъра на описаната окръжност O върху продължението на CD и прилагане на питагорова теорема за триъгълник AOD $R^2 = 12^2 + (R - 5)^2$ **1 т.**
Намиране на R =16,9 см **1 т.**
Определяне на разстоянието OI = 14,3см **0,5 т.**



3 зад : Точка $P(0;-5) \in f(x)$, следователно $f(0)=-5$ и $c = -5$ **(1 точка)**

Върхът на параболата е т.$V(3;4)$ => $f(3)=4$ и $-\dfrac{b}{2a} = 3$.

Намирне на стойностите $a = -1$ и $b=6$ (**1 точка)**

$f(x)$ растяща в интервала (-∞;3), следователно най-голямата стойност се постига при $x=2$ и $f(2)=3$ **(1 точка)**

1. Изследване на $|f(x)| = m-1$ за $m-1 < 0$, $m < 1$ - няма решение **1 точка**
2. Изследване на $|f(x)| = m-1$ за $m-1 = 0$, $m = 1$ - 2 решения **1 точка**
3. Изследване на $|f(x)| = m-1$ за $m-1>0$: **2 точки**

$m \in (1;5)$ 4 решения
$m=5$ 3 решения
$m>5$ 2 решения

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки.
За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.