

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 18 декември 2011 год.

ТЕМА ЗА IX КЛАС

Зад. 1.

а) Да се реши уравнението $\frac{1-x}{x^2-3x+2} - \frac{2x}{4-x^2} = \frac{2}{x^2+x-2}$ (3 точки)

б) Да се реши системата
$$\begin{cases} x+y+x^2+y^2=4 \\ xy+x^2+y^2=3 \end{cases}$$
 (4 точки)

Зад.2 В равнобедрения трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) точките H и T са петите на височините съответно през върховете D и C , а M е медицентърът на $\triangle ABD$.

а) Докажете, че M е медицентър на $\triangle HTD$; (3 точки)

б) Докажете, че точките S , M и H лежат на една права и намерете в какво отношение точката M дели отсечката SH , считано от върха S . (4 точки)

Зад.3. Дадено е уравнението $(m-3)x^2 - 6x + m + 5 = 0$.

а) За кои стойности на параметъра m уравнението има само едно решение? (2 точки)

б) Ако $m = \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ и x_1 и x_2 са корени на даденото уравнение, пресметнете стойността на израза $A = \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$ (5 точки)

Време за работа : 4 астрономически часа

Желаем Ви успех!