

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 18 декември 2011 год.

ТЕМА ЗА XII КЛАС

Задача 1. Дадено е уравнението $x^2 - (4k + 1)x + 2k + 3 = 0$

а) ако $k = 3$, намерете стойността на израза $A = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ (3 точки)

б) определете за кои стойности на параметъра k е изпълнено:

$$x_1^2 + x_2^2 = 14k^2 + 9k - 2 \quad (4 \text{ точки})$$

Задача 2. Да се намери обемът на триъгълна пирамида $ABCD$, ако $AC = 6$ cm, $BC = 5$ cm, $CD = 4$ cm и $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$.

(7 точки)

Задача 3. Трапецът $ABCD$ е вписан в окръжност k с радиус 1. Основата AB на трапеца е диаметър в окръжността. Ъгъл ABC има големина α , където $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

а) Да се изрази чрез α лицето на трапеца $ABCD$.

б) Да се намери тази стойност на α , за която лицето на трапеца е максимално.

(7 точки)

Време за работа : 4 астрономически часа

Желаем Ви успех!