

ОТГОВОРИ НА ТЕСТА И ЗАДАЧАТА

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. А) | 12. Г) |
| 2. Б) | 13. Б) |
| 3. В) | 14. $\forall x \neq \frac{k\pi}{2}; k \in Z$ |
| 4. Г) | 15. $30^\circ; 30^\circ; 150^\circ; 150^\circ$ |
| 5. Б) | 16. В) |
| 6. А) | 17. Б) |
| 7. В) | 18. А) |
| 8. $b \in (0; 4)$ | 19. Г) |
| 9. $a \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$ | 20. $D(0; 1); S = \frac{a^2+1}{ a }; S_{\min} = 2$ |
| 10. 4:3 | |
| 11. А) | |

Решение на задачата

Нека $f(n)$ е такава функция която е дефинирана и приемаща стойности в множеството на целите числа за която:

- 1) $f(f(n)) = n, \forall n \in Z$
- 2) $f(f(n+2)+2) = n, \forall n \in Z$
- 3) $f(0) = 1$.

От 1 и 2 имаме

$$f(f(f(n+2)+2)) \stackrel{om1}{=} f(n+2)+2$$

$$f(f(f(n+2)+2)) \stackrel{om2}{=} f(n)$$

Следователно $f(n+2)+2 = f(n)$ т.е. $f(n+2) = f(n) - 2$

Тогава $f(2) = f(0) - 2$

$f(4) = f(2) - 2 = f(0) - 4$ и отук по индукция за четни n получаваме, че

$$f(n) = f(0) - n = 1 - n$$

Аналогично $f(3) = f(1) - 2$

$f(5) = f(3) - 2 = f(1) - 4$ и отук по индукция за нечетни n получаваме, че

$f(n) = f(1) - (n-1)$ Тъй като $f(1) = f(f(0)) = 0$ получаваме, че

$f(n) = 0 - (n-1) = 1 - n$. Лесно се проверява, че тази функция удовлетворява условията 1, 2 и 3.