РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

ЧЕТИРИНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 27.11.2011 г.

Тема за дванадесети клас

ТЕСТ

1. За функцията $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$ намерете стойностите на x за които $f(x)+f(-x)=0$.

А) $x\in(-1;1)$; **Б)** $x\in[0;1)$; **В)** $x\in(-1;0)$; **Г)** $x\in(-\infty;\infty)$.

2. За редицата $a_n=\cos(n+1)\pi-\cos n\pi$ сумата $a_1+a_2+\ldots+a_{2010}$ е:

А) -2; **Б)** 0; **В)** 2; **Г)** 1.

3. Вписаната в равнобедрен трапец $ABCD$ окръжност се допира до бедрото BC в точка M. Отсечките AM и DM пресичат окръжността съответно в точките P и H. Изразът $AM:AP+DM:DH$ е равен на:

А) 5; **Б)** 12; **В)** 10; **Г)** 8.

4. Редицата $\{a_n\}$ е аритметична прогресия. Намерете a_k, ако $a_m=n$ $a_n=m\,(m\neq n)$.

А) $m-n-k$; **Б)** $n-m-k$; **В)** $k-m-n$; **Г)** $m+n-k$.

5. Сборът от корените на уравнението $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x^4-5x^2+4}=0$ е:

А) 5; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 0.

6. За триъгълник ABC $AB=2$, $\angle BAC=\dfrac{\pi}{8}$. и $\angle ABC=\dfrac{5\pi}{8}$ Лицето на триъгълника ABC е:

А) 1; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 2.

7. Да се намери $\cos 2\alpha$, ако $9^{\sin^2\alpha}+9^{\cos^2\alpha}=6$.

А) 1; **Б)** 0,5; **В)** 0; **Г)** -1.

8. Определете стойностите на реалния параметър b във функцията $f(x)=ax+b$, $a\neq 0$ така, че уравнението $f(x.f(x))=0$ да няма реални корени.

9. Да се намерят стойностите на реалния параметър a, за които уравнението $4^x-a.2^x+a-1=0$ има единствен реален корен.

10. Ортоцентърът на равнобедрен триъгълник, лежи на вписаната окръжност. Да се намери отношението от дължините на основата и бедрото на триъгълника.

11. Числото $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3}{1^2.2^2}+\dfrac{5}{2^2.3^2}+\ldots+\dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\right)$ е:

А) 1; **Б)** $\dfrac{1}{2}$; **В)** 0; **Г)** 2.

12. Стойностите на реалния параметър a, за които уравнението $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}=a$ има единствен реален корен са:

А) $1\leq a<\dfrac{3}{2}$; **Б)** $1<a<2$; **В)** $0<a\leq 1$; **Г)** $a\geq 2$.

13. Околните стени на триъгълна пирамида сключват с основата на пирамидата равни двустенни ъгли с големина $\dfrac{\pi}{8}$. Да се намери дължината на височината на пирамидата, ако дължините на основните ръбове са $2, 2$ и $2\sqrt{2}$.

А) $2\sqrt{2}-3$; **Б)** $3\sqrt{2}-4$; **В)** $\sqrt{2}-1$; **Г)** $2\sqrt{2}-1$.

14. Решенията на уравнението $\dfrac{1-\sin^6 x-\cos^6 x}{\sin^2 2x}=\dfrac{3}{4}$ са:

15. В окръжност е вписан трапец, а в него е вписана окръжност. Да се намерят ъглите на трапеца, ако отношението от радиусите на описаната и вписаната окръжности е $2\sqrt{5}$.

16. Произведението от най-малката и най-голямата стойности на функцията $f(x)=\cos^2 x+\sin x.\cos x$ е:

А) $-\dfrac{1}{2}$; **Б)** $\dfrac{1}{4}$; **В)** $-\dfrac{1}{4}$; **Г)** $\dfrac{1}{2}$.

17. Решенията на неравенството $\log_{0,5}\log_2(2x+1)\le 1$ са:

А) $x>\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$; **Б)** $x\ge\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$ **В)** $0<x<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **Г)** $x\ge\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

18. В окръжност с диаметър $AB=2R$ е вписан четириъгълника $ABCD$. Диагоналите на четириъгълника се пресичат в точка M. Изразът $AM.AC+BM.BD$ е равен на:

А) $4R^2$; **Б)** $9R^2$; **В)** $6R^2$; **Г)** $2R^2$.

19. Решенията на неравенството $2^{|x|}+2^{4-|x|}<10$ са:

А) $[-4;-3]\cup[3;4]$; **Б)** $(-\infty;\infty)$; **В)** $[-3;3]$; **Г)** $(-3;-1)\cup(1;3)$.

20. Графиката на функцията $f(x)=x^2-\dfrac{a^2-1}{a}x-1$ пресича абсцисната ос в точките A и B, ординатната ос в точка C. Окръжността през точките A, B и C пресича ординатната ос в точка D. Да се намерят координатите на точката D, лицето на четириъгълника $ACBD$ и най малката стойност на лицето на четириъгълника $ACBD$.

Задача

Да се намери функция $f(n)$ дефинирана и приемаща стойности в множеството на целите числа за която:

1) $f(f(n))=n,\ \forall n\in Z$
2) $f(f(n+2)+2)=n,\ \forall n\in Z$
3) $f(0)=1$.

Да се докаже, че тази функция е единствена.

Желаем Ви успех!

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта на СМБ – Бургас, **www.smbburgas.com**, а закриването на състезанието е на **6.12.2011 г.** от **14:30 ч.** в ОУ „Бр. Миладинови" – Бургас.