

## ОТГОВОРИ НА ТЕСТА И ЗАДАЧАТА

- |     |                        |     |  |
|-----|------------------------|-----|--|
| 1.  | A)                     | 11. | A)   |
| 2.  | Б)                     | 12. | Г)   |
| 3.  | В)                     | 13. | Б)   |
| 4.  | Г)                     | 14. | 5  |
| 5.  | Б)                     | 15. | $x \in [4; \infty)$  |
| 6.  | A)                     | 16. | В)   |
| 7.  | В)                     | 17. | Б)   |
| 8.  | $a = 4; b = 1$         | 18. | A)   |
| 9.  | $x = \frac{3}{2}$      | 19. | Г)   |
| 10. | $P(A) = \frac{4}{105}$ | 20. | $S = \frac{1}{2} \left( \frac{a^2 + 1}{ a } \right); S_{\min} = 1 )$ |

### Решение на задачата

Нека  $f(n)$  е такава функция която е дефинирана и приемаща стойности в множеството на целите числа за която:

- 1)  $f(f(n)) = n, \forall n \in \mathbb{Z}$
- 2)  $f(f(n+2)+2) = n, \forall n \in \mathbb{Z}$
- 3)  $f(0) = 1$ .

От 1 и 2 имаме

$$f(f(f(n+2)+2)) \stackrel{om1}{=} f(n+2)+2$$

$$f(f(f(n+2)+2)) \stackrel{om2}{=} f(n)$$

Следователно  $f(n+2)+2 = f(n)$  т.е.  $f(n+2) = f(n) - 2$

Тогава  $f(2) = f(0) - 2$

$f(4) = f(2) - 2 = f(0) - 4$  и отук по индукция за четни  $n$  получаваме, че

$$f(n) = f(0) - n = 1 - n$$

Аналогично  $f(3) = f(1) - 2$

$f(5) = f(3) - 2 = f(1) - 4$  и отук по индукция за нечетни  $n$  получаваме, че

$f(n) = f(1) - (n-1)$  Тъй като  $f(1) = f(f(0)) = 0$  получаваме, че

$f(n) = 0 - (n-1) = 1 - n$ . Лесно се проверява, че тази функция удовлетворява условията 1, 2 и 3.