РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

ЧЕТИРИНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 27.11.2011 г.

Тема за единадесети клас

ТЕСТ

1. Решенията на неравенството $x^{-1} \geq |x|$ са:

А) $(0;1]$; **Б)** $(0;1)$; **В)** $(-1;1)$; **Г)** $(0;2)$.

2. Редицата $\{a_n\}$ е аритметична прогресия със сума на първите n члена S_n. Ако $S_5 : S_3 = 25:9$, то $a_5 : a_3$ е:

А) $8:5$; **Б)** $9:5$; **В)** $5:9$; **Г)** $5:8$.

3. Телефонен номер $824{*}{*}{*}$ се състои от 6 различни цифри. Броят на възможностите за останалите 3 цифри е:

А) 120; **Б)** 180; **В)** 210; **Г)** 240.

4. Точката O е център на вписаната в триъгълник ABC окръжност. Правата CO пресича описаната около триъгълника окръжност в точка M. Ако $AM + MB = 8$, то дължината на отсечката OM е:

А) 6; **Б)** 3; **В)** $8/3$; **Г)** 4.

5. Ако $a = 3\sqrt{3}$, то $\log_a 27$ е:

А) 3; **Б)** 2; **В)** $\sqrt{3}$; **Г)** $2\sqrt{3}$.

6. Сборът от корените на уравнението $|x^2 - 3x + 2| + |x^4 - 5x^2 + 4| = 0$ е:

А) 3; **Б)** 0; **В)** 6; **Г)** 4.

7. Системата $\left| \begin{array}{l} x + y = a \\ x^2 + y^2 = a \end{array} \right.$ има единствено решение при a равно на:

А) $1; 2$; **Б)** $0; 1$; **В)** $0; 2$; **Г)** $-1; 2$.

8. Равенството $x^4 - x^3 + 3x^2 - 4x - 4 = (x^2 + a)(x^2 - bx - 1)$ е вярно за всяка стойност на x. Намерете a и b.

9. Да се реши уравнението $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} = 2\sqrt{2}$.

10. В урна има 15 бели топчета, които са номерирани с числата от 1 до 15. По случаен начин се вадят две от тези топчета. Да се намери вероятността сбора от номерата им да е 10.

11. Стойността на израза $\dfrac{1 - \sin^6 x - \cos^6 x}{\sin^2 2x}$ при $x \neq \dfrac{k\pi}{2}$, $k \in Z$ е равна на:

А) $\dfrac{3}{4}$; **Б)** $\dfrac{4}{3}$; **В)** $\dfrac{5}{4}$; **Г)** $-\dfrac{4}{5}$.

12. Границата $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+3+5+...+(2n-1)}{n+1}-\dfrac{2n-1}{2}\right)$е равна на:

А) 1; **Б)** $0{,}5$ **В)** 2; **Г)** $-0{,}5$.

13. Произведението от най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x)=\sin^2 x+2\sin x-1$ е:

А) 4; **Б)** -4; **В)** -1; **Г)** 1.

14. Вписаната в квадрата $ABCD$ окръжност се допира до BC в точка M. Отсечката AM пресича окръжността в точка P. Да се намери отношението $AM:AP$.

15. Да се реши неравенството $\sqrt{x^2-4x}<x$.

16. Върху страната $AB=3$ на равностранен триъгълник ABC е взета точка D и през тази точка са прекарани прави успоредни на AC и BC, които пресичат тези страни в точките M и P. Ако $MP=\sqrt{3}$, то лицето на триъгълника MDP е:

А) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$; **Б)** $\sqrt{3}$; **В)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; **Г)** 1.

17. В колко точки се пресичат 10 различни прави, които лежат в една равнина, ако се знае, че точно 4 от тях са успоредни и никои две от останалите прави не са успоредни, точно 3 прави минават през една точка и няма друга точка, през която да минават повече от две прави.

А) 38; **Б)** 37; **В)** 36; **Г)** 42.

18. Уравнението $x^2-a|x|+a^2+a-2=0$ има точно 3 различни реални корена. Тези корени са:

А) $-1; 0; 1$; **Б)** $1; 2; 3$; **В)** $0; 2; 3$; **Г)** $-1; 2; 3$.

19. В окръжност е вписан трапец с ъгъл 30° и в този трапец е вписана окръжност. Да се намери отношението от радиусите на описаната и вписаната окръжности.

А) $4\sqrt{5}$; **Б)** $4\sqrt{2}$; **В)** $5\sqrt{2}$; **Г)** $2\sqrt{5}$.

20. Графиката на функцията $f(x)=x^2-\dfrac{a^2-1}{a}x-1$ пресича координатните оси в точките A, B и C. Да се намери лицето на триъгълника ABC и най-малката му стойност.

Задача

Да се намери функция $f(n)$ дефинирана и приемаща стойности в множеството на целите числа за която:

1) $f(f(n))=n,\ \forall n\in Z$
2) $f(f(n+2)+2)=n,\ \forall n\in Z$
3) $f(0)=1$.

Да се докаже, че тази функция е единствена.

Желаем Ви успех!

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта на СМБ – Бургас, **www.smbburgas.com**, а закриването на състезанието е на **6.12.2011 г.** от **14:30 ч.** в ОУ „Бр. Миладинови” – Бургас.