



РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

ЧЕТИРИНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
„СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 27.11.2011 г.

Тема за десети клас

ТЕСТ

1. Стойността на израза $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} - 2\sqrt{3} + 3$ е:
А) $4-2\sqrt{3}$; Б) 0; В) $2-2\sqrt{3}$; Г) $6-4\sqrt{3}$.
2. Решенията на неравенството $\frac{1}{x^2} > 1$ са:
А) $x \in (0,1)$; Б) $x \in (-1,0) \cup (0,1)$; В) $x \in (1,+\infty)$; Г) $x \in (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$.
3. Функцията $f(x) = x^2 - 2ax + a$ е намаляваща за $x \in (-\infty,5)$ и растяща за $x \in (5,+\infty)$. Най-малката стойност на $f(x)$ е равна на:
А) -20; Б) 5; В) -30; Г) 80.
4. Сумата от катетите на правоъгълен триъгълник е равна на 89. Ако единият от катетите се увеличи с 6, другият се намали с 4, а хипотенузата остане непроменена, то отново се получава правоъгълен триъгълник. Разликата от катетите на дадения триъгълник е:
А) 13; Б) 23; В) 39; Г) 52.
5. Положителният корен на уравнението $x^2 + px - 50 = 0$ е равен на коефициента p . Отрицателният корен на уравнението е равен на:
А) -1; Б) -2; В) -5; Г) -10.
6. В равнобедрен триъгълник отношението на бедрото към основата е 11:4. Отношението на височината към основата и радиуса на вписаната в триъгълника окръжност е равно на:
А) $\frac{1}{5}$; Б) $\frac{2}{3}$; В) 2; Г) $\frac{13}{2}$.
7. Ако α е остър ъгъл и $\cotg \alpha = \frac{3}{4}$, стойността на израза $C = \frac{3 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$ е:
А) $\frac{4}{5}$; Б) $-\frac{4}{5}$; В) -20; Г) 20.
8. Ако x_1 и x_2 са реални корени на уравнението $x^2 - (a+1)x + a^2 = 0$, да се намери най-голямата стойност на функцията $(x_1 - 4x_2)(x_2 - 4x_1)$ и стойностите на параметъра a , за които тя се достига.
9. Пресметнете стойността на израза $A = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)$ при $x = -\frac{7+\sqrt{5}}{2}$.
10. За кои стойности на реалния параметър a системата уравнения $\begin{cases} x + y + z = a \\ x^2 + y^2 = z \end{cases}$ има единствено решение? Да се намери това решение.
11. Един от катетите на правоъгълен триъгълник е 15 cm, а проекцията на другия катет върху хипотенузата е 16 cm. Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е:
А) 5 cm; Б) 10 cm; В) 9 cm; Г) 12,5 cm.

12. Произведението от корените на уравнението $\frac{1}{x(x+4)} - \frac{1}{(x+2)^2} = 1$ е:

- А) 2; Б) $2 - 2\sqrt{2}$; В) $2 + 2\sqrt{2}$; Г) -4 .

13. В равнобедрен триъгълник сборът на бедрото и височината към основата е равен на 9, а синусът на ъгъла при основата е $\frac{4}{5}$. Лицето на триъгълника е равно на:

- А) $\frac{12}{25}$; Б) 24; В) 12; Г) $\frac{24}{25}$.

14. Стойностите на параметъра p , за които всяко реално x е решение на неравенството

$$\frac{x^2 - 8x + 20}{px^2 + 2(p+1)x + 9p + 4} < 0 \text{ са}$$

15. Равнобедрен трапец е описан около окръжност, а отсечката, съединяваща допирните точки с бедрата, е с дължина m . Да се намери лицето на трапеца, ако острият му ъгъл е α .

16. Броят на корените на уравнението $4\sqrt{\frac{x-1}{x+2}} - \frac{x+2}{x-1} = 3$ е:

- А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 0.

17. В трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$) ъглополовящата на $\angle ABC$ е перпендикулярна на бедрото AD и го пресича в точка E . Ако $AE = 2ED$, в какво отношение правата BE дели лицето на трапеца?

- А) $\frac{3}{2}$; Б) $\frac{7}{8}$; В) $\frac{1}{3}$; Г) $\frac{2}{7}$.

18. Стойностите на параметъра a , за които уравнението $(a-1)x^4 - 2ax^2 - 2a + 1 = 0$ няма реални корени, са:

- А) $a \in \emptyset$; Б) $a \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$; В) $a \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$; Г) $a \in \mathbb{R}$.

19. Даден е успоредник $ABCD$ с $AD = \sqrt{29}$, $AB = 7$ и $\angle BAD < 90^\circ$. Върху AB е избрана точка M така, че $DM \perp AC$ и $CM \perp BD$. Лицето на успоредника е равно на:

- А) $14\sqrt{5}$; Б) 35; В) $7\sqrt{5}$; Г) $2\sqrt{145}$.

20. Ако при $a = 1, 2, 3, \dots, 2011$ решенията на уравнението $x^2 - 2x - a^2 - a = 0$ са съответно (α_1, β_1) , (α_2, β_2) , (α_3, β_3) , ..., $(\alpha_{2011}, \beta_{2011})$, пресметнете сумата

$$S = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\beta_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{\beta_3} + \dots + \frac{1}{\alpha_{2011}} + \frac{1}{\beta_{2011}}.$$

ЗАДАЧА

Да се докаже, че ако през пресечната точка E на диагоналите на вписан в окръжност четириъгълник $ABCD$ прекараме хорда PF , която да се разполовява от тази точка, то отсечките от нея PN и MF , заключени между страните на четириъгълника и принадлежащите им дъги, са равни.

Желаем Ви успех!

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта на СМБ – Бургас, www.smburgas.com, а закриването на състезанието е на **6.12.2011 г. от 14:30 ч.** в ОУ „Бр. Миладинови” – Бургас.