



ТРИНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА  
„СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 21. 11. 2010 Г.

Тема за десети клас

Тест

1. Графиката на функцията  $f(x) = 3,5x^2 - 2$  при  $x \in [-3; 2]$  е:  
а) права; б) отсечка; в) парабола; г) част от парабола.
2. Кои от точките са общи за графиките на функциите  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  и  $g(x) = -x^2 + 5x - 6$  ?  
а) (2;3) и (3;2); б) (-2;0) и (-3;0); в) (2;0) и (3;0); г) (0;3) и (0;2).
3. Най-малката стойност на функцията  $f(x) = -x^2 + 6x + 7$  в интервала  $[1; 4]$  е равна на :  
а) 12; б) 16; в) 15; г) 14.
4. Броят на корените на уравнението  $\sqrt{x} + \sqrt{4-x} - 3\sqrt{x^2-4x} = 2$  е :  
а) 1; б) 2; в) 3; г) 0.
5. В правоъгълния  $\triangle ABC$  с периметър 36 cm е вписана окръжност, която се допира до хипотенузата  $AB$  в точка  $T$ . Ако  $AT : BT = 2 : 3$ , дължината на  $AB$  е равна на:  
а) 18 cm; б) 15 cm; в) 10 cm; г) 15 cm или 18 cm .
6. Сборът на реалните корени на уравнението  $x^2 + 2x - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} = 9$  е :  
а) -3; б) 2; в) 1; г) -2.
7. Радиусът на описаната около равнобедрен триъгълник окръжност е 4 cm, а ъгълът при основата му е  $30^\circ$ . Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е равен на :  
а)  $2\sqrt{3}$  cm; б)  $4\sqrt{3}$  cm; в)  $2\sqrt{3} \operatorname{tg} 15^\circ$  cm; г)  $4 \operatorname{tg} 15^\circ$  cm .
8. Решенията на неравенството  $x^2 - 5|x| + 6 < 0$  са:.....
9. Намерете всички двойки цели числа  $x$  и  $y$ , които са решения на уравнението  $7x + 14y = 5x^2 + 5xy + 5y^2$ .  
.....
10. В  $\triangle ABC$  ортоцентърът  $H$  разполюва височината  $CD$ . Ако  $\sphericalangle CAB = \alpha$ ,  $\sphericalangle CBA = \beta$ , то произведението  $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$  е равно на :.....
11. Стойностите на параметъра  $a$ , при които уравнението  $(a+4)x^2 - 2ax + 2 = 0$  има реални корени  $x_1$  и  $x_2$ , които удовлетворяват неравенството  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + 2 > 0$ , са:.....  
а)  $a \in (-4; -2) \cup (4; +\infty)$ ; б)  $a \in (-4; -2] \cup [4; +\infty)$ ; в)  $a \in (4; +\infty)$ ; г)  
 $a \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$ .

12. Стойностите на параметъра  $a$ , при които неравенството  $(4a+1)x^2 - 2x + 2a < 0$  няма решение, са:

а)  $a \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ ;    б)  $a \in \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ ;    в)  $a \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$ ;    г)  $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

13. За кои стойности на реалния параметър  $m$  всяко  $x \in (2; 8)$  е решение на неравенството  $x^2 - 3x - m + 3 > 0$  ?

а)  $m < \frac{3}{4}$ ;                      б)  $m < 1$  ;                      в)  $m \leq 1$  ;                      г)  $m \leq \frac{3}{4}$ .

14. В правоъгълен  $\triangle ABC$  с катети  $AC = 3\text{ cm}$  и  $BC = 4\text{ cm}$  е построена височината  $CD$ . Разстоянието между центровете на окръжностите, вписани в  $\triangle ACD$  и  $\triangle BCD$  е:.....

15. Стойностите на параметъра  $k$ , при които уравнението  $(k-3)x^4 + kx^2 + k^2 + 2k = 0$  има два реални и два нереални корена са:.....

16. В равнобедрен трапец перпендикулярът от връх на основата към бедрото дели това бедро на отсечки  $7,2\text{ cm}$  и  $1,8\text{ cm}$ , считано от голямата основа, която е  $12\text{ cm}$ . С колко сантиметра трябва да се продължат бедрата, за да се пресекат?

а)  $2\text{ cm}$ ;                      б)  $1\text{ cm}$ ;                      в)  $1,2\text{ cm}$ ;                      г)  $1,5\text{ cm}$ .

17. Произведението на корените на уравнението  $2x^2 + 3x\sqrt{x+3} - 2x - 6 = 0$  е равно на :

а)  $-4$ ;                      б)  $2$ ;                      в)  $3$ ;                      г)  $-2$ .

18. Двете двойки срещуположни страни на четириъгълник, който е вписан в окръжност, се пресичат в точки  $P$  и  $Q$ . Да се намери дължината на отсечката  $PQ$ , ако дължините на допирателните от точките  $P$  и  $Q$  към окръжността са  $a$  и  $b$ .

а)  $\frac{a+b}{2}$ ;                      б)  $\sqrt{a^2+b^2}$ ;                      в)  $\sqrt{ab}$ ;                      г)  $\frac{2(a+b)}{3}$ .

19. При кои стойности на параметъра  $a$  системата

$$\begin{cases} x^2 - 2ax - a^2 - 2a + 4 = 0 \\ y^2 - 2y - x = 0 \end{cases}$$

има четири различни решения?

а)  $a \in (1; \sqrt{5})$ ;                      б)  $a \in (-1; 1)$ ;                      в)  $a \in (-1; \sqrt{5})$ ;                      г)  $a \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$ .

20. Известно е, че един от корените на уравнението  $4(m+2)x^3 + (m-2)x - m = 0$  не зависи от  $m$ .

Да се намерят стойностите на реалния параметър  $m$ , при които уравнението има точно два реални корена.

### Задача

Да се намерят всички естествени числа  $n$ , за които  $3^n + n^2$  е точен квадрат на цяло число.

**УСПЕХ!**

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта на СМБ – Бургас, [www.smbburgas.com](http://www.smbburgas.com)  
Закриването на състезанието е на 6.12.2010 г. от .....в ОУ”Бр. Миладинови”.