

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
XI клас

1зад. Три положителни числа образуват геометрична прогресия и сумата им е 39. Първото от тях е пети, а второто – осми член на аритметична прогресия, за която сумата на първите девет члена е равна на третото от дадените числа. Да се намерят числата.

7 точки

2зад. Дадена е редицата с общ член $a_n = n^2 + n - 1$.

а) Да се намерят a_1, a_7 и a_{21} .

б) Да се докаже, че числото 239 е член на редицата и да се намери номерът му.

в) Да се докаже, че редицата е растяща.

7 точки

3зад. Нека O и H са съответно центъра на описаната окръжност и ортоцентъра на остроъгълния триъгълник ABC . Нека още $ON \perp AC, N \in AC$, $OM \perp BC, M \in BC$ и $ON = 3\sqrt{2}, OM = 1, S_{\triangle HNB} = 6$. Пресметнете мярката на $\angle ACB$ и косинуса на $\angle POQ$, където P и Q са петите на височините съответно през A и B на $\triangle ABC$.

7 точки

Време за работа – 4 часа

Желаем Ви успех!